NEWTON-Verfahren zur Lösung von

freie OP	nichtlineare GS
$\boxed{\min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} f(x)}$ $\Longrightarrow$	$\nabla f(x) = 0$ in $\mathbb{R}^n$ $\boxed{F(x) = 0 \text{ in } \mathbb{R}^n}$
$\approx$ in	$U(x^{(k)})$ $\approx$
SQP $\quad \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} q_k(x)$ $\quad x^{(k)}$	$F(x^{(k)}) + \nabla F(x^{(k)})(x - x^{(k)}) = 0$
$(11)_{\nabla f}\quad x^{(k+1)} = x^{(k)} - H_f(x^{(k)})^{-1}\nabla f(x^{(k)})$	$x^{(k+1)} = x^{(k)} - J_F(x^{(k)})^{-1} F(x^{(k)})$ $\quad (11)_F$
$\uparrow$ Hesse-Matrix von f	$\uparrow$ Jacobi-Matrix von F

$$J_F(x) = \left[\frac{\partial F_i}{\partial x_j}(x)\right]_{i,j=\overline{1,n}} \overset{\text{falls } F=\nabla f}{=} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(x)\right]_{i,j=\overline{1,n}} = H_f(x)$$

Satz 5.9: $(11)_{\nabla f}$

"bzw. 2x + H Lip"

<u>Vor.:</u> Sei $f:\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ "dreimal" stetig partiell diffbar, $x^* \in \mathbb{R}^n$ sei ein lokales Minimum von f und $H(x^*)$ sei SPD.

<u>Bh.:</u> Dann ist das NEWTON-Verfahren für hinreichend gute Startwerte $x^{(0)}$, d.h. $\|x^* - x^{(0)}\|$ hinreichend klein, wohldefiniert und es konvergiert q-quadratisch gegen x^*, d.h. $\exists\, c = \text{const} > 0$:

$$(13)\quad \|x^* - x^{(k+1)}\| \le c\,\|x^* - x^{(k)}\|^2.$$

<u>Beweis:</u> siehe Beweis von Satz 5.10 mit $F = \nabla f$. ∎

(↓)