5.1.2. Abstiegsverfahren

- Ein typischer Iterationsschritt eines Abstiegsverfahren zur Lösung freier OP

$(1)_{fOP}$ Finde $x^* \in \mathbb{R}^n : f(x^*) = \min\limits_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$

hat im Allgemeinen die Form:

(5)
1. Bestimme, ausgehend von einer Näherung $x^{(k)} \in \mathbb{R}^n$, eine Suchrichtung $s^{(k)} \in \mathbb{R}^n$ (→ Abstiegsrichtung).
2. Bestimme eine Schrittweite $\alpha^{(k+1)} > 0$ mit $f(x^{(k)} + \alpha^{(k+1)} s^{(k)}) < f(x^{(k)})$ (→ Liniensuche)
3. Setze $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k+1)} s^{(k)}$.

- <u>Bemerkung:</u> Das Gradienten-Verfahren und das CG-Verfahren sowie ihre präkonditionierten Versionen aus Abs. 3.3.2 sind Verfahren der Form (5).

- <u>Anforderungen an die Suchrichtung (→ Abstiegsricht.):</u>

Aus der Taylor-Entwicklung (vgl. auch (2))

$$f(x^{(k)} + \alpha s^{(k)}) = f(x^{(k)}) + \alpha \nabla^T f(x^{(k)}) s^{(k)} + o(\alpha)$$
$$\approx f(x^{(k)}) + \alpha \nabla^T f(x^{(k)}) s^{(k)}$$

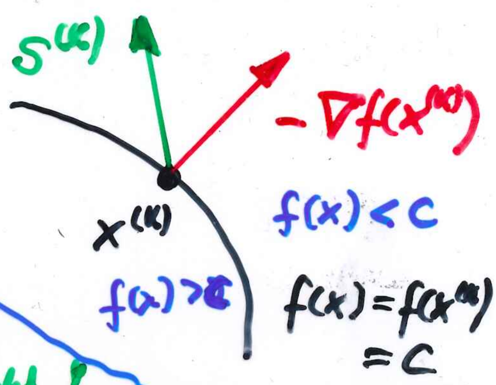
folgt für hinreichend kleine Werte von $\alpha > 0$ sofort

$$f(x^{(k)} + \alpha s^{(k)}) < f(x^{(k)})$$

falls

(6) $$\boxed{\nabla^T f(x^{(k)})\, s^{(k)} < 0}$$

$-\nabla^T f(x) \cdot s^{(k)} > 0$



Eine Suchrichtung $s^{(k)} \in \mathbb{R}^n$, die die Bd. (6) erfüllt, heißt Abstiegsricht.!

Das entsprechende Verfahren heißt <u>Abstiegsverfahren</u>!