- **Bem. 5.6:**

1. Ein Pkt. $x^* \in \mathbb{R}^n$: $\nabla f(x^*) = 0$ wird stationärer oder Kritischer Pkt. genannt.
2. Nach Satz 5.5 ist ein Kritischer Pkt. $x^* \in \mathbb{R}^n$ mit p.d. Hesse-Matrix $H(x^*)$ ein striktes lokales Minimum.
3. Offenbar ist dann ein Kritischer Pkt. $x^* \in \mathbb{R}^n$ mit n.d. Hesse-Matrix (d.h. $-H(x^*)$ ist p.d.) ein striktes lokales Maximum.
4. Ein Kritischer Pkt. $x^* \in \mathbb{R}^n$ mit indefiniter Hesse-Matrix $H(x^*)$, d.h. $H(x^*)$ ist weder positiv noch negativ definit, heißt Sattelpkt.
5. Idee für numerische Lösungsverfahren:

   1) Löse nichtlineares GS

$$(4) \qquad F(x) := \nabla f(x) = 0 \text{ in } \mathbb{R}^n,$$

   z.B. mit Newton-Verfahren (↓), um Kritische Punkte x^* zu finden!

   2) Check Definitheit der Hesse-Matrix:

① ∄ $H(x^*)$	> 0 (SPD)	⇒	striktes lok. Min.
	≥ 0	⇒	(Lokales Minimum)
	< 0	⇒	striktes lok. Max
	≤ 0	⇒	(Lokales Maximum)
	indefinit	⇒	Sattelpunkt
	$= 0$	⇒	Check höhere Terme in der Taylorentw. (2)

   im Punkt x^*!

6. Umgekehrt kann man Lösungen des nichtlin. GS (4) finden, indem man das OP (1) für $\min f(x)$ bzw. $\max f(x)$ löst.