5.1. Freie Optimierungsprobleme

- In diesem Abs. btr. wir das frei (unrestringierte) OP

$$(1)_{fOP} \quad \boxed{\text{Finde } x^* \in \Omega_{ad} = \mathbb{R}^n: f(x^*) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)}$$

- Im Kapitel 3 haben wir schon das quadratische freie OP

$$(3.13) \quad f(x) := E(x) := \frac{1}{2}(\overset{\text{SPD}}{A}x, x) - (b, x) \longrightarrow \min_{x \in \mathbb{R}^n} !$$

Kennengelernt und gezeigt, daß

$$f(x^*) = \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \iff A x^* = b$$

5.1.1. Theoretische Grundlagen

- Sei $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine zumindest zweimal stetig partiell differentierbare Fkt, d.h. $f \in C^2$. Dann ist $g = \operatorname{grad} f = \nabla f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ durch

$$g(x) = \nabla f(x) = f'(x)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x) \\ \frac{\partial f}{\partial x_2}(x) \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n}(x) \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial f}{\partial x_i}(x) \right]_{i=\overline{1,n}}$$

gegeben. $g(x)$ heißt Gradient der Funktion f an der Stelle x.