

■ Bem. 5.1: $\Omega_{\text{adj}} = \{z_1, z_2, \dots, z_N\}$

1. Ω_{adj} endlich: Kombinatorische Optimierung

2. $\Omega_{\text{adj}} \subset \mathbb{Z}^N$: Ganzzahlige Optimierung

■ Def. 5.2: globales und lokales Minimum (Maximum)

1. Ein Pkt. $x^* \in \Omega_{\text{adj}}$ heißt (strikt) globales Min., falls

$$f(x^*) \leq f(x) \quad (f(x^*) < f(x)) \quad \forall x \in \Omega_{\text{adj}}; x \neq x^*$$

2. Ein Pkt. $x^* \in \Omega$ heißt (strikt) lokales Minimum, falls $\exists \varepsilon > 0$:

$$f(x^*) \leq f(x) \quad (f(x^*) < f(x)) \quad \forall x \in U_\varepsilon(x^*); x \neq x^*,$$

wobei $U_\varepsilon(x^*) := \{x \in \Omega_{\text{adj}}; \|x - x^*\| < \varepsilon\}$.

ε -Umgebung von x^*

Bem.: • $\max f(x) \iff \min(-f(x))$

• In den meisten Fällen ist man an einem globalen Min. interessiert.

• Viele Alg. garantieren aber nur die Konst. von lok. Min. !!!

■ Bem. 5.3: Konvexe Optimierungsprobleme

Für OP mit konvexer Zielfunktion f und konvexem Zulässigkeitsbereich Ω_{adj} ist jedes lokale Minimum auch ein globales Minimum.

Wh: Konvexität für f und Ω_{adj} :

$\Omega \subset \mathbb{R}^n = \text{Konvex}$ gdw. $\forall x, y \in \Omega_{\text{adj}} \wedge \forall \alpha \in [0, 1]:$

$$\alpha x + (1-\alpha)y \in \Omega_{\text{adj}}.$$

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} = \text{Konvex}$ gdw. $\forall x, y \in \mathbb{R}^n \wedge \forall \alpha \in [0, 1]:$

$$f(\alpha x + (1-\alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1-\alpha)f(y)$$

