Zwei große Klassen von Optimierungsproblemen:

1. Frei (unrestringierte) Optimierung: $\Omega_{ad} = \mathbb{R}^n$

2. Optimierung mit Nebenbedingungen (restringierte OP):

Wir beschränken uns auf den Fall, daß sich Ω_{ad} durch m_1 Gleichungsrestriktionen und m_2 Ungleichungsrestriktionen beschreiben lässt, d.h.

$\underline{x} \mapsto x$

$$\Omega_{ad} = \{ x \in \mathbb{R}^n : \; c_i(x) = 0, \; i = \overline{1, m_1} \text{ (Gleichungsrestr.)}, \; c_i(x) \le 0, \; i = \overline{m_1+1, m_1+m_2} \text{ (Ungleichungsrestr.)} \}$$

mit gegebenen Funktionen $c_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, m_1+m_2$:

$$(1)_{rOP} \quad \boxed{\begin{aligned} &\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \\ &\text{s.t. } c_i(x) = 0, \; i = 1, 2, \dots, m_1 \\ &\phantom{\text{s.t. }} c_i(x) \le 0, \; i = m_1+1, \dots, m_1+m_2 \end{aligned}} \quad \begin{aligned} &\\ &\text{(equitity cont.)} \\ &\text{(ineq. constraints)} \end{aligned}$$

Je nach Komplexität der beteiligten FKten $f(\cdot)$ und $c_i(\cdot)$ unterscheidet man genauer folgende OP nach aufsteigender Schwierigkeit:

1) Lineare Optimierung: $f(\cdot)$ und $c_i(\cdot)$ affine linear. — Simplex Alg.
2) Quadratische Opt.: f quadratisch, c_i linear.
3) Nichtlineare Optimierung mit linearen NB: f - nichtlinear, c_i - linear.
4) Nichtlineare Optimierung mit nichtlinearen NB: f - nichtlinear, c_i - nichtlinear,

wobei $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heißt

- affine linear, falls $g(x) = g_0 + c^T x$ mit geg. $g_0 \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}^n$,
- quadratisch, falls $g(x) = g_0 + c^T x + \frac{1}{2} x^T H x$, $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$.