# 5. Optimierungsprobleme

- Betrachten hier nur <u>endlichdimensionale Optimierungsprobleme</u> (OP) der Form:

  Finde $\underline{x}^* \in \mathbb{R}^n$:

$$(1)\quad \boxed{f(\underline{x}^*) = \min_{\underline{x} \in \Omega_{ad}} f(\underline{x})} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{\max_{\underline{x} \in \Omega_{ad}} (-f(\underline{x}))}$$

  wobei

  $\Omega = \Omega_{ad} \subset \mathbb{R}^n$ – Zulässigkeitsmenge / ~bereich,

  $\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T \in \Omega_{ad}$ – zulässiger Punkt,

  $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ – Zielfunktion = Kostenfunktional.

- Großdimensionale Optimierungsprobleme der Form (1) entstehen z.B. bei der FEM-Diskretisierung
  - des Optimalsteuerproblems (optimal control) bzw.
  - des Formoptimierungsproblems (optimal design)

  (= unendlichdimensionale Optimierungsprobleme) aus Kapitel 1, z.B. Optimalsteuerproblem aus Kapitel 1 nach FEM-Diskretisierung (→ 39b)

$$\min_{\underline{x} = (\underline{y}, \underline{u}) \in \mathbb{R}^{n = n_s + n_c}} \overbrace{\frac{1}{2}(M_s \underline{y}, \underline{y}) - (\underline{y}_d, \underline{y}) + \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}\int_\Omega y_d^2(x)\,dx}}_{= \text{const}} + \frac{\alpha}{2}(M_c \underline{u}, \underline{u})}^{f(\underline{x})}$$

$$\text{s.t. } K\underline{y} = M_{sc}\underline{u} \qquad c_i(x) = (K\underline{y} - M_{sc}\underline{u})_i = 0, \; i = 1, \ldots, n_s = m_1$$

$$\left.\begin{array}{ll} \underline{y}_i \le y_i \le \overline{y}_i & \underline{y}_i - y_i \le 0 \\ & y_i - \overline{y}_i \le 0 \\ \underline{u}_i \le u_i \le \overline{u}_i & \underline{u}_i - u_i \le 0 \\ & u_i - \overline{u}_i \le 0 \end{array}\right\} \quad c_i(\underline{x}) \le 0, \; i = \overline{m_1 + 1, m_2 + m_1}, \quad m_2 = 2n_s + 2n_c$$

wobei $K = \left[\int_\Omega A(x) \nabla\varphi_j \cdot \nabla\varphi_i \, dx\right]_{i,j = \overline{1,n_s}}$ – Steifigkeitsmatrix,

$M_{sc} = \left[\int_\Omega \varphi_j \cdot \varphi_i \, dx\right]_{i = \overline{1,n_s},\, j = \overline{1,n_c}}$ – Massenmatrix, $\underline{y}_d = \ldots$