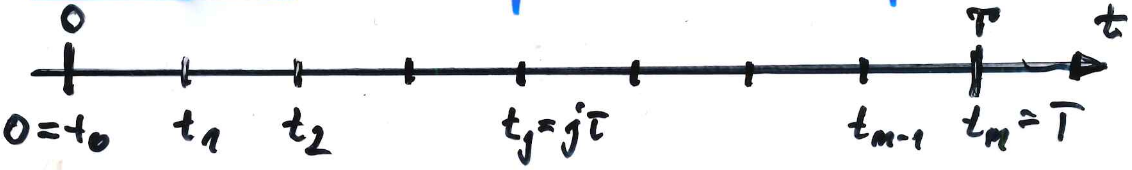
$\boxed{\text{add 1.}}$ Erst ZEIT, dann RAUM = horizontale LM = Rothe:

- Erst ZEIT z.B. impliziter Euler für (P)



z.B. gleichmässige Unterteilung, d.h. $\tau=\frac{T}{m}$, aber nicht not.

(12) $\left\{\begin{array}{l} u^0(x) := u_0(x) \quad \text{AB} \\ u^{j+1}(x) \approx u(x,t_{j+1}) \\ \dfrac{u^{j+1}(x)-u^j(x)}{\tau} - \Delta u^{j+1}(x) = f^{j+1}(x) := f(x,t_{j+1}),\ x\in\Omega, \\ +\text{RB: } u^{j+1}(x)=0,\ x\in\Gamma=\partial\Omega \\ j=0,1,2,\dots,m-1 \end{array}\right.$

(12) $\boxed{\begin{array}{l} -\Delta u^{j+1}(x) + \frac{1}{\tau}u^{j+1}(x) = f^{j+1}(x) + \frac{1}{\tau}u^j(x),\ x\in\Omega \\ +\text{RB: } u^{j+1}(x)=0,\ x\in\Gamma \end{array}}$

= elliptische RWA, siehe Kap. 2 ; $j=0,1,\dots,m-1$

Zur Bestimmung von $u^{j+1}\in V_g = V_0 = \mathring{H}^1(\Omega)$ erhalten wir folglich die VF

$(12)_{VF}$ $$\int_\Omega \left(\nabla u^{j+1}\cdot\nabla v + \frac{1}{\tau}u^{j+1}v\right)dx = \int_\Omega f^{j+1}v\,dx + \frac{1}{\tau}\int_\Omega u^j v\,dx \quad \forall v\in V_0$$
$$a(u^{j+1},v) = \langle F^{j+1},v\rangle \quad \forall v\in V_0$$

- Dann RAUM durch FE Diskretisierung

$(12)_h$ Ges. $u_h^{j+1}\in V_{gh} = V_{0h} = \text{span}\{\varphi_i : i\in\omega_h\} = \text{span}\{\varphi_1,\dots,\varphi_{N_h}\} \subset V_g$
$$a(u_h^{j+1},v_h) = \langle F^{j+1},v_h\rangle \quad \forall v_h\in V_{0h}$$

Basis $\{\varphi_1,\dots,\varphi_{N_h}\}$ $\updownarrow$ FE-Iso

$\underline{(12)_h}$ Ges. $\underline{u}_h^{j+1}\in\mathbb{R}^{N_h}$: $\tilde{K}_h\,\underline{u}_h^{j+1} = \underline{f}_h^{j+1}$, $j=0,1,\dots,m-1$

wobei $\tilde{K}_h = K_h + \frac{1}{\tau}M_h$

$M_h = \left[\int_\Omega \varphi_i\varphi_j\,dx\right]_{i,j=\overline{1,N_h}}$ = Massenmatrix

$K_h = \left[\int_\Omega \nabla\varphi_i\cdot\nabla\varphi_j\,dx\right]_{i,j=\overline{1,N_h}}$ = Steifigkeitsm.