- **Stabilitätsbedingung:**

$$(11)\qquad \boxed{-1 \le \frac{1-(1-\theta)\,\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)}{1+\theta\,\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)}}$$

Daraus folgt unmittelbar

$\theta = 0$: Expliziter Euler: $\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) \le 2$ bed. stab.!

$\theta = \frac{1}{2}$: CN: $-2-\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) \le 2-\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)$ unbed. st.!

$\theta = 1$: Impliziter Euler: $-1-\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) \le 1$ unbed. stabil!

$0<\theta<1$: $0 \le 1-(1-\theta)\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) + 1 + \theta\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)$

$$0 \le 2 - \varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) + 2\theta\,\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)$$

$$\theta \ge \frac{1}{2} - \frac{1}{\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)} \approx \frac{1}{2} - \frac{h^2}{4\varkappa\tau}$$

- **Resultate:** $\|\cdot\| = \|\cdot\|_2$

$\theta = 1$: $q = \|(\;)^{-1}(\;)\|_2 \le 1$ und $\|\psi^K\| \le c_A(u)(\tau+h^2)$

unbedingt stabil

$\theta = \frac{1}{2}$: $q = \|(\;)^{-1}(\;)\|_2 \le 1$ und $\|\psi^{K,\theta}\| \le c_A(u)(\tau^2+h^2)$

unbedingt stabil (mms) Taylor

$\theta = 0$: $\tau \le \frac{h^2}{\varkappa}\frac{2}{\lambda_{max}(A)}$ und $\|\psi^K\| \le c_K(u)(\tau+h^2)$

bedingt stabil

Stabilität + Approximation $\Longrightarrow$ diskrete Konvergenz

$$\|z^1\| \le c_S\, c_A(u)\,(\tau^r + h^2),\quad r = \begin{cases} 2 & \text{CN} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

- **Hyperbolische Probleme**, d.h., z.B., Saitenschwingung (N-Z)

$\Rightarrow$ Implizites Zeitintegrationsschema (AB1 (N-Z), Aufgabe 1.3

ist unbedingt stabil!

$\Rightarrow$ Diskrete Konvergenz: $\|z^{j+1}\| \le c_S\, c_A(u)\,(\tau^2+h^2)$