Analysis der Fehlerfortpflanzung:

1. Heuristisch (nicht Korrekt!)

$$z_i^{j+1} = z_i^j + \varkappa \frac{\tau}{h^2}\left[\cancel{z_{i-1}^j} - 2 z_i^j + \cancel{z_{i+1}^j}\right] + \tau \psi_i^j$$

$$z_i^{j+1} = \underbrace{\left(1 - 2\varkappa \frac{\tau}{h^2}\right)}_{=:\, q} z_i^j + \tau \psi_i^j$$

$$\begin{aligned} z_i^{j+1} &= q\, z_i^j + \tau \psi_i^j \\ &= q\left(q\, z_i^{j-1} + \tau \psi_i^{j-1}\right) + \tau \psi_i^j \\ &= \dots \\ &= q^{j+1} z_i^0 + \tau\left(q^j \psi_i^0 + q^{j-1}\psi_i^1 + \dots + q\,\psi_i^{j-1} + \psi_i^j\right) \end{aligned}$$

Stabilität $\Leftrightarrow |q| \leq 1$. (e.g. $q = 1.1$, $j = 999$, $q^{j+1} \approx 10^{41}$)

Falls

(*) $\quad |q| = \left|1 - 2\varkappa\frac{\tau}{h^2}\right| \leq 1$ gdw. $\boxed{\tau \leq \frac{h^2}{\varkappa}}$!

dann gilt offenbar:

$$|z_i^{j+1}| \leq \underbrace{|z_i^0|}_{\substack{=0 \\ \text{bzw. = Rundungsfehler (Rdf)} \\ \approx 10^{-16} \cdot \max_{x\in[a,b]} |u_0(x)|}} + \underbrace{\tau(j+1)}_{= t_{j+1} \leq t_E} \underbrace{\max_{k=\overline{0,j}} |\psi_i^k|}_{= O(\tau + h^2)}$$

$$\leq t_E\, c_A(u)\, (\tau + h^2)$$

Allerdings: HEURISTIK ↯ Stabilitätsbed. stimmt noch nicht ganz!

→ "ist in der Mathematik gefährlich!"