

3.2.3. Mehrgitterverfahren

MGM = Multi-Grid-Methods

zur Lösung von FE-GS $K_h \underline{u}_h = \underline{f}_h$

Idee: Klassische IV wie GS oder ω -Jacobi ($\omega < 1$)

glätten Fehler $\underline{u}_h - \underline{u}_h^{(k)}$ und folglich auch

Defekt $\underline{d}_h^{(k)} = \underline{f}_h - K_h \underline{u}_h^{(k)} = K_h (\underline{u}_h - \underline{u}_h^{(k)})$

Löse Defektgleichung auf größeren Gitter

$K_H \underline{w}_H = \underline{d}_H := I_h^H \underline{d}_h^{(k)}$

Neue Näherung:

$$\underline{u}_h^{\text{new}} = \underline{u}_h^{(k)} + I_h^h \underline{w}_H$$

TGM

Zweigitterverfahren: $\underline{u}_h^{(\text{old})} \longrightarrow \underline{u}_h^{(\text{new})}$

$$\underline{u}_h^{(0)} := \underline{u}_h^{(\text{old})}$$

1-5

FOR $j := 1$ STEP 1 UNTIL K DO

$$\underline{u}_h^{(j)} := \text{GS}(\underline{u}_h^{(j-1)}) := \underline{u}_h^{(j-1)} + (L_h + D_h)^{-1} (\underline{f}_h - K_h \underline{u}_h^{(j-1)});$$

$$\underline{d}_H^{(k)} := I_h^H \underline{d}_h^{(k)} = I_h^H (\underline{f}_h - K_h \underline{u}_h^{(k)});$$

$$K_H \underline{w}_H = \underline{d}_H^{(k)}$$

← MGM = rekursiv !

$$\underline{w}_H^{(k)} = I_H^h \underline{w}_H^{(k)}$$

$$\underline{u}_h^{(\text{new})} = \underline{u}_h^{(k)} + \underline{w}_H^{(k)}$$

$$K_H = I_h^H K_h I_H^h$$

siehe Skriptum: S. 161-164

Buch : Abs. 5.2.4

S. 276-283