- Damit gilt die <u>Fehlerabschätzung</u>

(11) $\|z^{(k+1)}\| \leq \underbrace{\|I - \tau C^{-1}A\|}_{=:\, q\, <\, 1} \|z^{(k)}\|$

? Norm ?

$=: q < 1$!! hängt von τ und C ab!!

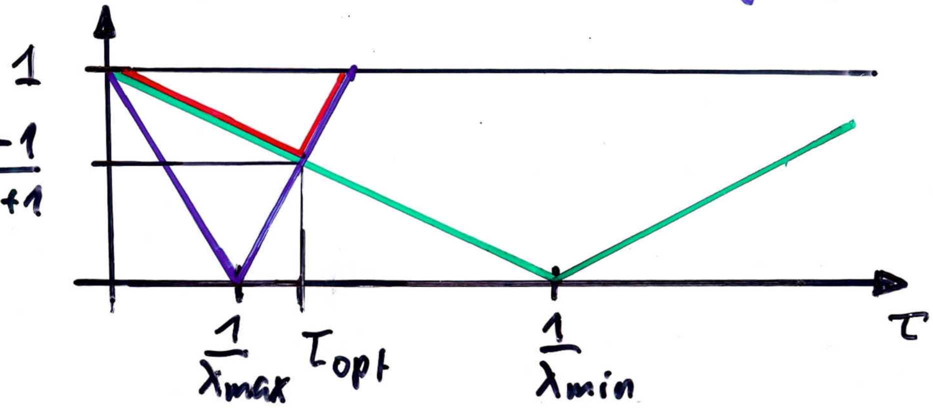
Konvergenzfaktor

- Falls $A = A^T > 0$ (SPD), dann gilt für die <u>Normen:</u> $\|\cdot\| = \|\cdot\|_{\mathbb{R}^n}, \|\cdot\|_A, \|\cdot\|_C, \|\cdot\|_{A^T C^{-1} A}$:

$$\|I - \tau C^{-1}A\| = \max\{|1 - \tau\lambda_{max}|, |1 - \tau\lambda_{min}|\} =: q \overset{!}{<} 1$$

EWP: $A\varphi = \lambda C\varphi$

$$q_{opt} = \frac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{\lambda_{max} + \lambda_{min}} \approx \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}$$



mit

$$\varkappa(C^{-1}A) = \mathrm{cond}_2(C^{-1}A) = \frac{\lambda_{max}(C^{-1}A)}{\lambda_{min}(C^{-1}A)},$$

$\lambda_{min/max}$ = min / max EW des verallg. EWP $A\varphi = \lambda C\varphi$

<u>Bem.:</u> $\|z^{(k)}\|^2_{A^T C^{-1} A} = (C^{-1}Az^{(k)}, Az^{(k)}) = (C^{-1}d^{(k)}, d^{(k)})$

$= (w^{(k)}, d^{(k)})$ – berechenbar !

<u>Konvergenztest:</u> $(w^{(k)}, d^{(k)}) \leq \varepsilon^2 (w^{(0)}, d^{(0)})$

- <u>In der Praxis</u> nimmt man anstelle von präkond. Richardson-Verfahren präkond. Krylov-Raum-Verf. z. B. PCG-Verfahren für SPD GS (siehe Abs. 4.2.2!).

WHY