- Richardson-Verfahren ($C = I$): $x^{(0)}$ geg.

$$(9)_{C=I} \quad \frac{x^{(k+1)} - x^{(k)}}{\tau} + A x^{(k)} = b, \quad k = 0, 1, \ldots$$

- $Ax = b \iff C^{-1} A x = C^{-1} b$

- Präkonditioniertes Richardson-Verfahren:
  - Iterationsvorschrift: $x^{(0)}$ geg.

$$(9) \quad C \frac{x^{(k+1)} - x^{(k)}}{\tau} + A x^{(k)} = b, \quad k = 0, 1, \ldots,$$

wobei der Präkonditionierer $C$ (reg.):

1. $C \approx A$, z.B. $C = A$, $\tau = 1 \Downarrow x^{(1)} = x$ - Lsg. (1)
   Genauer: Konditionszahl $(C^{-1}A) \ll \kappa(A)$ !
2. GS $Cw = d$ soll "schnell" (d.h. für FE-GS mit $O(n)$ ops) auflösbar sein !

- Algorithmus:

> Startnäherung: $x^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ geg.
> Iteration: $k = 0, 1, \ldots, k_{stop}$ (Konvergenztest)
> $d^{(k)} = b - A x^{(k)}$ (Defekt berechnen)
> $C w^{(k)} = d^{(k)}$ (Präkond.-System lösen)
> $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \tau w^{(k)}$ (Korrektur)

- Konvergenztest z.B. Defekttest
  $\| d^{(k)} \| \leq \varepsilon \| d^{(0)} \|$ mit $\varepsilon = 10^{-s} < 1$.