

3.1.2. Zerlegung spezieller Matrizen

■ Bandmatrizen:

$$A = \begin{bmatrix} \text{---} & & & & \\ & \text{---} & & & \\ & & \text{---} & & \\ & & & \text{---} & \\ \text{---} & & & & \end{bmatrix} = LU = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ \text{---} & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{---} & & & & \\ & \text{---} & & & \\ & & \text{---} & & \\ & & & \text{---} & \\ \text{---} & & & & \end{bmatrix}$$

Ü 3.2

Man zeige, daß

$l_{ij} = 0$ und $u_{ij} = 0 \quad \forall |i-j| \geq m$,
falls $a_{ij} = 0 \quad \forall |i-j| \geq m = BW$

Resultate:

1. Bei der LU-Zerlegung bleibt die BW von A in L und U erhalten, aber eventuell innerhalb des Bandes von A vorhandene Nullen können zerstört werden (↘ "Fill-in")!
2. Benötigte Arithmetik:
 - Faktorisierung (Zerlegung): $\mathcal{O} \approx 3BW \cdot n = m^2 n$,
 - Vor- und Rückwärtseinsetzen: $\mathcal{O} \approx BW \cdot n = m \cdot n$,
3. Speicherplatzbedarf: $M \approx BW \cdot n = m \cdot n$.