

Interpretation als LU-Zerlegung:

Ü 3.1 Man zeige, daß die Eliminations-schritte $(3)^{(1)}, (3)^{(2)}, \dots, (3)^{(n-1)}$ äquivalent zur LU-Zerlegung von A sind, d.h.

$$A = LU = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ l_{21} & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn-1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & u_{nn} \end{bmatrix},$$

Lower Upper

mit den im Gauß-Algorithmus erzeugten l_{ij} und u_{ij} !

Damit ist die Auflösung des GS

$$\begin{array}{l} A x = b \\ \underbrace{LU}_{=C} x = b \end{array}$$

äquivalent zu den folgenden Schritten:

1. Faktorisierung: $A = LU$ mit $Q = O(n^3)$ ops
2. Vorwärtseinsetzen: $LC = b$ mit $Q = O(n^2)$ ops
3. Rückwärtseinsetzen: $Ux = c$ mit $Q = O(n^2)$ ops