

## 3.1. Direkte Verfahren

### 3.1.1. Das Gaußsche Eliminationsverfahren und seine Interpretation als LU-Zerlegung

■ Eliminationsschritt: Überführung in Dreiecksgestalt

• Bez.:  $A^{(0)} \equiv [a_{ij}^{(0)}] := A \equiv [a_{ij}]_{i,j=1,\dots,n}$

$$b^{(0)} \equiv [b_i^{(0)}] := b \equiv [b_i]_{i=1,\dots,n}$$

Oberer Index (k) bedeutet k-ter Eliminationsschritt

• k=1: Im 1. Schritt eliminieren wir  $x_1$  aus der 2. bis n-ten Gleichung mit geeigneten Vielfachen der 1. Gleichung:

$$A^{(1)} x = b^{(1)}$$

mit

$$A^{(1)} = \left[ \begin{array}{c|ccc} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ \hline 0 & a_{22}^{(1)} & \dots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \text{Restmatrix} & \vdots \\ 0 & a_{n2}^{(1)} & \dots & a_{nn}^{(1)} \end{array} \right], \quad b^{(1)} = \begin{bmatrix} c_1 \\ b_2^{(1)} \\ \vdots \\ b_n^{(1)} \end{bmatrix}$$

*Pivotelement* (green arrow pointing to  $a_{22}^{(1)}$ )

wobei

$$u_{1j} = a_{1j}^{(0)} = a_{1j}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$l_{i1} := a_{i1}^{(0)} / a_{11}^{(0)}, \quad i = 2, \dots, n$$

(3)<sup>(1)</sup>

$$a_{ij}^{(1)} := a_{ij}^{(0)} - l_{i1} u_{1j}, \quad i, j = 2, \dots, n$$

und

$$c_1 = b_1^{(0)} = b_1$$

$$b_i^{(1)} = b_i^{(0)} - l_{i1} c_1, \quad i = 2, 3, \dots, n = \overline{2, n}$$