

$$K_h u_h = \underline{f}_h$$

Folie Num Opt 30

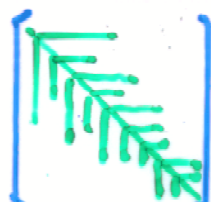
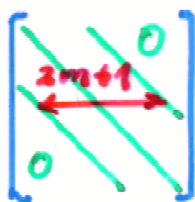
## 2.10.5. Eigenschaften des Linearen FE-GS $(23)_h$

1. großdimensioniert:  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$  ( $d=1, 2, 3$ )  
 $N = N_h =$  Anzahl der Unbekannten = # DOF =  $O(h^{-d})$   
 $= 10^4 \dots 10^6 \dots 10^9$  in Praxis  
 $\Rightarrow h = N^{-1/d} =$  Diskretisierungsparameter

### 2. schwach besetzt:

$$K_{ij} = 0 \quad \forall i, j \in \bar{\omega}_h : \text{supp } \varphi_i \cap \text{supp } \varphi_j = \emptyset$$
$$\Rightarrow \text{NNE} = \text{NichtNullElemente} = O(h^{-d}) = O(N_h)$$

### 3. Band- bzw. Profil-Matrix:



$K_h$

$$\Rightarrow m = \text{BW} = \text{Bandweite} = O(h^{-(d-1)})$$

$$\hookrightarrow K_{ij} = 0, \text{ falls } |i-j| \geq m, \text{ z.B. } m=1 \text{ tridiagonal}$$

Die BW ist abhängig von der Durchnumerierung!  
 $\updownarrow$  Algorithmen zur Optimierung der Durchnumerier.

### 4. Wegen der Vererbungsrelation

$$(28) \quad (K_h u_h, v_h) = a(u_h, v_h) \quad \forall u_h, v_h \longleftarrow u_h, v_h \in \tilde{V}_0^h$$

gehen Eigenschaften von  $a(\cdot, \cdot)$  auf  $K_h$  über!!

$$\text{z.B. } \text{SPD} \iff \text{SPD}$$

5. schlecht konditioniert:  $K_h \varphi_h = \lambda_h \varphi_h$  EWP  
 $\Rightarrow \lambda_{\min}(K_h) = O(h^d), \lambda_{\max}(K_h) = O(h^{d-2})$   
 $\Rightarrow \kappa(K_h) = \text{cond}_2(K_h) := \frac{\lambda_{\max}(K_h)}{\lambda_{\min}(K_h)} = O(h^{-2}) \rightarrow \infty!$   
 $h \rightarrow 0$