2.8. Diskretisierungsfehlerabschätzung

■ Exakte Lösung des RWP (Bsp. aus Abs. 2.2):

(7) $\boxed{\text{Ges. } u \in V_g: \; a(u,v) = \langle F, v\rangle \;\; \forall v \in V_0}$

wobei für unser Bsp. aus Abs. 2.2:

$V_g := \{ v \in V := H^1(a,b) : v(a) = g_a \}$ – Menge der zul. FKten,

$V_0 := \{ v \in V : v(a) = 0 \}$ – Raum der TestfKten,

$a(u,v) := \int_a^b u'(x)\, v'(x)\, dx + \alpha_b u(b) v(b)$ – Bilinearform,

$\langle F, v\rangle := \int_a^b f(x) v(x)\, dx + \alpha_b g_b v(b)$ – Linearform.

■ FE-Lösung u_h: $N = n(p-1) + n = NX$

$(7)_h$ $\boxed{\begin{array}{l} \text{Ges. } u_h(x) = \sum_{i=1}^{N} u_i \varphi_i(x) + g_a \varphi_0(x) \in V_{gh}: \\ a(u_h, v_h) = \langle F, v_h\rangle \;\; \forall v_h \in V_{0h} \end{array}}$

wobei

$V_{gh} := \{ v_h(x) = \sum_{i=1}^{N} v_i \varphi_i(x) + g_a v_0(x) \} \subset V_g,$

$V_{0h} := \{ v_h(x) = \sum_{i=1}^{N} v_i \varphi_i(x) \} := \operatorname{span}\{\varphi_1, \dots, \varphi_N\} \subset V_0.$

$(\underline{7})_h$ $\boxed{\text{Ges. } \underline{u}_h = (u_1, \dots, u_N)^T \in \mathbb{R}^N: \; K_h \underline{u}_h = \underline{f}_h}$

■ FE-Code:

1. Generieren (→ Abs. 2.6 bzw. 2.7) [$p=1$ über 2.6, p über 2.7]
2. Lösen (→ Abs. 2.5 bzw. mms bzw. Kap. 4)

des linearen Gleichungssystem.