Einbau der Randbedingungen:

Im Bsp. aus Abs. 2.2 sind folgende RB vorgegeben:

$x=a: \quad u(a) = g_a$ (1. Art = Dirichlet = wesentl.)

$x=b: \quad -u'(b) = \alpha_b (u(b) - g_b)$ (2. Art = N. = nat.)

Mit

$$(K) \quad \int_a^b u_h'(x)\, v_h'(x)\, dx = (\hat{K}_h \underline{\hat{u}}_h, \underline{\hat{v}}_h)_{\mathbb{R}^{n+1}}$$

und

$$(f) \quad \int_a^b f(x)\, v_h(x)\, dx = (\underline{\hat{f}}_h, \underline{\hat{v}}_h)_{\mathbb{R}^{n+1}}$$

Können wir das FE-Schema $(7)_h$ wie folgt aufschreiben:

$(\underline{7})_h$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Ges. } \underline{\hat{u}}_h = (g_a, u_1, u_2, \ldots, u_n)^T \in \mathbb{R}^{n+1} \\ \underline{\hat{v}}^T \hat{K}_h \underline{\hat{u}}_h + \alpha_b u_n v_n = \underline{\hat{v}}_h^T \underline{\hat{f}}_h + \alpha_b g_b v_n \\ \forall\, \underline{\hat{v}}_h \in \mathbb{R}^{n+1}: v_0 = 0 \end{array}}$$

d.h. $(\underline{7})_h$ ist äquivalent zu:

$$\underline{v}_h^T \tilde{K}_h \underline{\hat{u}}_h + \alpha_b u_n v_n = \underline{v}_h^T \underline{\tilde{f}}_h + \alpha_b g_b v_n \quad \forall\, \underline{v}_h \in \mathbb{R}^n$$

mit $\underline{v}_h = (v_1, \ldots, v_n)^T$, $\underline{\tilde{f}}_h = (f_1, \ldots, f_n)^T$ und $\tilde{K}_h = [\hat{K}_{ij}]_{\substack{i=\overline{1,n} \\ j=\overline{0,n}}}$.