Direktes Auflösungsverfahren basierend auf der Gaußschen Eliminationsidee:

- **Eliminationsschritt** ($\hat{=}$ LU-Faktorisierung: Bem. 2.11)

1. $u_1 + \alpha_2 u_2 = \beta_2 \curvearrowright u_1 = -\alpha_2 u_2 + \beta_2$ | $\alpha_2 = \frac{b_1}{c_1}$, $\beta_2 = \frac{f_1}{c_1}$

$\overset{2.\text{Gl.}}{\Longrightarrow} a_2(-\alpha_2 u_2 + \beta_2) + c_2 u_2 + b_2 u_3 = f_2$

$\Longrightarrow (c_2 - a_2\alpha_2) u_2 + b_2 u_3 = f_2 - a_2 \beta_2$

2. $u_2 + \alpha_3 u_3 = \beta_3 \curvearrowright u_2 = -\alpha_3 u_3 + \beta_3$ | $\alpha_3 = \frac{b_2}{c_2 - a_2\alpha_2}$

$\underset{3.\text{Gl.}}{\Longrightarrow} (c_3 - a_3\alpha_3) u_3 + b_3 u_4 = f_3 - a_3 \beta_3$ | $\beta_3 = \frac{f_2 - a_2\beta_2}{c_2 - a_2\alpha_2}$

3. $u_3 + \alpha_4 u_4 = \beta_4 \curvearrowright u_3 = -\alpha_4 u_4 + \beta_4$ | $\alpha_4 = \frac{b_3}{c_3 - a_3\alpha_3}$

$\underset{4.\text{Gl}}{\Longrightarrow}$ $\vdots$ | $\beta_4 = \frac{f_3 - a_3\beta_3}{c_3 - a_3\alpha_3}$

l. (mmo)

$\vdots$

$(n-1)$. $u_{n-1} + \alpha_n u_n = \beta_n \curvearrowright u_{n-1} = -\alpha_n u_n + \beta_n$ | $\alpha_n = \frac{b_{n-1}}{c_{n-1} - a_{n-1}\alpha_{n-1}}$

$\underset{n.\text{Gl.}}{\Longrightarrow} (c_n - a_n\alpha_n) u_n = f_n - a_n \beta_n$ | $\beta_n = \frac{f_{n-1} - a_{n-1}\beta_{n-1}}{c_{n-1} - a_{n-1}\alpha_{n-1}}$

$u_n = \beta_{n+1}$ | $\beta_{n+1} = \frac{f_n - a_n\beta_n}{c_n - a_n\alpha_n}$

Rückwärtseinsetzen (Berechnung der u_i) | Vorwärtseinsetzen (Berechnung der β_i)

$\Rightarrow$ Tridiag. GS wurde in GS mit Dreiecksmatrix überführt:

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_2 & & 0 \\ & 1 & \alpha_3 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & 0 & & 1 & \alpha_n \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{n-1} \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \vdots \\ \beta_n \\ \beta_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (14)$$