P R O S E M I N A R

zur Vorlesung

“Mathematische Modelle in der Technik“

PS IV 20.11. 2009 (Zeit : $10^{\underline{15}}$ – $11^{\underline{45}}$ Uhr; Raum : T642): 13 – 15

1.5 Wärmeleit-Wärmetransportprobleme

13 Die Bestimmung der Temperaturverteilung $u(y)$ in einem homogenen ($c, \rho, \lambda = const.$), mantelisolierten, wärmequellenfreien, dünnen Draht der Länge l, der mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, am linken Rand auf 1^o C und rechten Rand auf 0^o C gehalten wird, führt nach Skalierung $x = y/l$ auf das Randwertproblem (siehe Vorlesung)

$$-u''(x) + pu'(x) = 0,\ \forall x \in (0,1),\ u(0) = 1,\ u(1) = 0. \tag{1.8}$$

Bestimmen Sie $p = p(c, \rho, \lambda, v, l) = ?$, lösen Sie dann das Randwertproblem (1.8) analytisch und diskutieren Sie das Verhalten der Lösung für $v \longrightarrow \infty$!

2 Festkörpermechanik

2.1 Der Zugstab

14 Sei $u \in C^2(Q_T), f \in C(Q_T), E \in C^1(0,\ell)$ und $\varrho \in C(0,\ell)$ mit $Q_T = (0,\ell) \times (0,T)$. Man zeige, dass dann $x^*, x^{**}, x^{***} \in (x_1, x_2)$ und $t^*, t^{**}, t^{***} \in (t_1, t_2)$ existieren, sodass die integrale Form (2.8) aus der Vorlesung zur Gleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x^*, t^*)\varrho(x^*)\Delta t \Delta x = \frac{\partial}{\partial x}(E(x^{**})\frac{\partial u}{\partial x}(x^{**}, t^{**}))\Delta t \Delta x + f(x^{***}, t^{***})\Delta t \Delta x \tag{2.9}$$

äquivalent ist.

15 Ein homogener Zugstab ($\rho, E = const. > 0$) werde zeitharmonisch erregt, d.h. $f(x,t) = f(x)\exp(i\omega t)$ und $g_l(t) = g_l \exp(i\omega t)$, wobei ω die Erregerfrequenz bezeichnet. Man suche die periodischen Lösungen und bestimme die kritischen Frequenzen (siehe auch Folie 10, Ü 2.2) !