

- 3 Wir betrachten wieder das Wärmeleitproblem aus 2 aber jetzt mit freiem Wärmeübergang am linken Randpunkt $x = a = 0$:

$$-\lambda_1 u'(a) = \alpha (u(a) - 1)$$

mit einer positiven Wärmeübergangszahl α . Berechnen Sie wieder analytisch das Temperaturfeld $u(\cdot)$ und führen Sie jetzt Parameterstudien mit der Wärmeübergangszahl α durch:

a) $\alpha \rightarrow \infty$

b) $\alpha \rightarrow 0$

- 4 Bestimmen Sie die von einem (fixierten) Parameter $y \in (0, 1)$ abhängige Lösung $u_y(\cdot)$ der Randwertaufgabe (Wärmeleitproblem mit Punktquelle)

$$\begin{aligned} -u''(x) &= \delta(x - y), \quad x \in (0, 1) & (f_y = 1), \\ u(0) &= u(1) = 0, \end{aligned}$$

und zeigen Sie, dass

$$u(x) = \int_0^1 G(x, y) f(y) dy, \quad x \in [0, 1]$$

mit $G(x, y) := u_y(x)$ die Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} -u''(x) &= f(x), \quad x \in (0, 1), \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

löst.