

■ Für die Galerkin-Lösung

$$(13)_h \quad v_h \in \mathcal{X}_h = \text{span} \Phi_h \subset X = H^1(\Gamma) : \langle w_h, \nabla v_h \rangle = \langle w_h, f \rangle \quad \forall w_h \in \mathcal{X}_h$$

$$v_h = \Phi_h \underline{v}_h = \sum_{i=1}^n v_i \varphi_i(x) \stackrel{\text{z.B.}}{=} \sum_{i=1}^n v_i x_i(x)$$

$$w_h = \varphi_k, \quad k = \overline{1, n} \quad x_i = x_{\Gamma_i}$$

$$(13)_h \quad \underline{v}_h = [v_i]_{i=\overline{1, n}} \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n v_i \langle \varphi_k, \nabla \varphi_i \rangle = \langle \varphi_k, f \rangle$$

$$k = \overline{1, n}$$

$$K_h \underline{v}_h = \underline{f}_h$$

$$K_h = [\langle \varphi_k, \nabla \varphi_i \rangle]_{k, i = \overline{1, n}}$$

$$\underline{f}_h = [\langle \varphi_k, f \rangle]_{k = \overline{1, n}} \in \mathbb{R}^n$$

gilt:

$$1. \text{ Cea: } \underbrace{\|v - v_h\|_{H^{-\frac{1}{2}}}}_{= \text{Diskretisierungsfehler}} \leq \frac{\bar{\mu}_v}{\mu_v} \underbrace{\inf_{w_h \in \mathcal{X}_h} \|v - w_h\|_{H^{-\frac{1}{2}}}}_{= \text{Approximationsfehler}}$$

$$2. \quad K_h = K_h^T > 0 \quad \text{SPD} \quad \checkmark$$

$$3. \quad K_h \text{ ist vollbesetzt!} \quad \checkmark$$

$$4. \quad \kappa(K_h) := \frac{\lambda_{\max}(K_h)}{\lambda_{\min}(K_h)} = O(h^{-1}) \xrightarrow{h \rightarrow 0} \infty$$