

■ Es gilt (siehe Pkt. 4.4.2):

1. $V = V'$ (s.g.), d.h.

$$\langle w, Vv \rangle = \langle v, Vw \rangle \quad \forall v, w \in H^{1/2}(\Gamma)$$

$$a(v, w) = a(w, v)$$

2. V ist $H^{1/2}$ -elliptisch (p.d.),

d.h. $\exists \mu_V = \text{const} > 0$:

$$a(v, v) = \langle v, Vv \rangle \geq \mu_V \|v\|_{H^{1/2}(\Gamma)}^2 \quad \forall v \in H^{1/2}(\Gamma)$$

Im 2D-Fall ist die Vor. (8) durch $\Omega < 1$ erfüllt.

3. $V \in L(H^{1/2}(\Gamma), H^{1/2}(\Gamma))$, d.h.

$\exists \bar{\mu}_V = \text{const} > 0$:

$$|a(v, w)| = |\langle w, Vv \rangle| \leq \bar{\mu}_V \|v\|_{H^{1/2}} \|w\|_{H^{1/2}}$$

$$\forall v, w \in H^{1/2}(\Gamma).$$

■ Damit gelten alle Aussagen des Satzes von Lax & Milgram (= Banachscher Fixpunktsatz:

$v = v + \tau \mathcal{J}(f - Vv)$) aus NüPOE bzw. Pkt. 1.1:

1. $\exists! v \in H^{1/2}(\Gamma)$: (13) $\text{ogl} = (13) \text{vgl.}$

2. Fixpunktiteration:

$$v^{(n+1)} = v^{(n)} + \tau \mathcal{J}(f - Vv^{(n)}) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} v,$$

wobei $\mathcal{J}: H^{1/2} \rightarrow H^{1/2}$ der Riesz'sche

Isomorphismus ist,

3. Fehlerabschätzungen (siehe NüPOE v NuI):

$$\tau_{\text{opt}} = \mu_V / \bar{\mu}_V^2$$

$$\rho_{\text{opt}} = \sqrt{1 - \tau^2}, \quad \tau = \mu_V / \bar{\mu}_V$$

Süv: Korollar 2.3
S. 41

$$\|v^{(n)} - v\|_{H^{1/2}} \leq \rho_{\text{opt}} \|v^{(n-1)} - v\|_{H^{1/2}}$$

$$\|v^{(n)} - v\|_{H^{1/2}} \leq \frac{\rho_{\text{opt}}^n}{1 - \rho_{\text{opt}}} \|v^{(1)} - v^{(0)}\|_{H^{1/2}}$$