4.5. Galerkin-Verfahren

- Btr. der Einfachheit halber das Dirichlet-Problem für die Laplace-Gleichung

$$(13)_{\text{Dgl}}\begin{cases} -\Delta u(x) = 0\,, & x \in \Omega \subset \mathbb{R}^d \;(\Gamma \in C^{0,1},\, d=2,3)\,, \\ u(x) = g_0(x)\,, & x \in \Gamma_D = \Gamma = \partial\Omega\,. \end{cases}$$

Aus Pkt. 4.2.4 folgt, daß $(13)_{\text{Dgl.}}$ auf die Lösung der schwach-singulären Integralgleichung

$$(13)_{\text{Igl.}}\begin{cases} \text{Ges. } v := \frac{\partial u}{\partial n_x}\Big|_\Gamma : \\ \int_\Gamma E(x,y)\, v(x)\, ds_x = f(y)\,, \quad y \in \Gamma \end{cases}$$

zur Bestimmung der Neumann-Daten $v = \frac{\partial u}{\partial n_x}\big|_\Gamma$ zurückgeführt werden kann, wobei

$$f(y) := \sigma(y) g_0(y) + \int_\Gamma \frac{\partial E}{\partial n_x}(x,y)\, g_0(x)\, ds_x\,,$$

$$E(x,y) = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \ln|x-y| & \text{für } d=2\,, \\ \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|x-y|} & \text{für } d=3\,. \end{cases}$$