5. D ist auf $H^{1/2}(\Gamma)$ positiv semidefinit und auf $H^{1/2}(\Gamma)|_{\mathrm{Ker}D}$ positiv definit, d.h. $\exists\, \mu_D = \mathrm{const} > 0$:

$$(11)_D \quad \underbrace{\langle Du, u\rangle}_{a_D(u,u)} \geq \mu_D \, \|u\|^2_{H^{1/2}(\Gamma)} \quad \forall u \in H^{1/2}(\Gamma)|_{\mathrm{Ker}D}.$$

6. Im Falle $d=3$ ist V positiv definit, d.h. $\exists\, \mu_V = \mathrm{const} > 0$:

$$(11)_V \quad \langle v, Vv\rangle = a_V(v,v) \geq \mu_V \, \|v\|^2_{H^{-1/2}(\Gamma)} \quad \forall v \in H^{-1/2}(\Gamma).$$

7. Die $H^{-1/2}$-Elliptizität von V gilt i.a. nicht im 2D-Fall! Falls $\operatorname{diam}\Omega < 1$ (das kann durch Skalierung von Ω immer erreicht werden (!)), dann ist V auch im 2D Fall positiv definit ($H^{-1/2}$-ellipt.), d.h. es gilt $(11)_V$!

■ **Abbildungseigenschaften von V, K, K', D im Falle beschränkter Gebiete Ω mit Lipschitz-Rand:**

Für $s \in (-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2})$ sind die Abbildungen

$$V : H^{-1/2+s}(\Gamma) \longrightarrow H^{1/2+s}(\Gamma)$$
$$K : H^{1/2+s}(\Gamma) \longrightarrow H^{1/2+s}(\Gamma)$$
$$K' : H^{-1/2+s}(\Gamma) \longrightarrow H^{-1/2+s}(\Gamma)$$
$$D : H^{1/2+s}(\Gamma) \longrightarrow H^{-1/2+s}(\Gamma)$$

stetig. Für den Einfachschichtpotentialoperator V gilt die Stetigkeit auch für $s = \pm 1/2$. Insbesondere gilt z.B. $V \in L(H^{-1/2}, H^{1/2})$, d.h. $\exists\, \bar{\mu}_V = \mathrm{const} > 0$:

$$(12)_V \quad \underbrace{|\langle w, Vv\rangle|}_{a_V(v,w)} \leq \bar{\mu}_V \, \|w\|_{H^{-1/2}} \, \|v\|_{H^{-1/2}} \quad \forall w, v \in H^{-1/2}(\Gamma)$$