Algorithmus 4.3: BEM-Kollokation 2D

1. Eingabe der Geometrie (Rand) + RB:

$\Gamma := \{ x = x(t) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq t < 1 \}$ geg.

$t^* \in [0,1)$ gegeben mit

$\Gamma_D := \{ x(t) : 0 \leq t \leq t^* \}$, $\Gamma_N := \{ x(t) : t^* < t < 1 \}$

$\left.\begin{array}{l} u(t) := u(x(t)) = g_D(x(t)),\ t \in [0, t^*] \text{ geg.} \\ v(t) := \frac{\partial u}{\partial n_x}(x(t)) = g_N(x(t)),\ t \in (t^*, 1) \text{ geg.} \end{array}\right\} \text{RB}$

2. Diskretisierung:

$n_D = K$ – Anzahl der Knoten auf dem Dirichlet-Rand,

$n_N = (n-K)$ – Anzahl der Knoten auf dem Neumann-Rand,

$n = n_D + n_N$ z.B. gleichmäßig im Parameterraum

$x_1, \ldots, x_{n_D}$: $x_j = x((j-1)h_D)$, $j = 1, \ldots, n_D$

$x_{n_D+1}, \ldots, x_n$: $x_j = x(t^* + (j - n_D - 1)h_N)$, $j = n_D+1, \ldots, n$

$x_{n+1} = x_1$, $h_D = t^*/n_D$, $h_N = (1-t^*)/n_N$

$y_1, \ldots, y_N$: $y_j = (x_{j+1} + x_j)/2$, $j = 1, \ldots, n$

3. Generierung der Matrix K und der RS f:

$f := 0;$

für $j = 1, \ldots, n_D, n_D+1, \ldots, n$ generiere

$$a_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{nj} \end{bmatrix} \text{ und } b_j = \begin{bmatrix} b_{1j} \\ \vdots \\ b_{nj} \end{bmatrix};$$

für $j = 1, \ldots, n_D$ setze: $K_j = a_j$, $f := f + b_j (u_D)_j$;

für $j = n_D+1, \ldots, n$ setze: $K_j = -b_j$, $f := f - a_j (v_N)_j$;

4. Löse das Gleichungssystem $Kw = f$

5. Nachbereitung mit der Darstellungsformel

$$u_h(y) = -\sum_{j=1}^{n} u_j \int_{\Gamma_j} \frac{\partial E}{\partial n_x}(x,y)\, ds_x + \sum_{j=1}^{n} v_j \int_{\Gamma_j} E(x,y)\, ds_x,\quad y \in \Omega$$