Zur Berechnung der $\tilde{b}_{ii}$ verwenden wir den sogenannten **Zeilensummentrick**:

Btr. dazu die Hilfsaufgabe

(6) $$\boxed{\begin{aligned} -\Delta u(x) &= 0, \quad x \in \Omega \\ u(x) &= 1, \quad x \in \Gamma = \partial\Omega \end{aligned}}$$

Diese Hilfsaufgabe hat offenbar die eindeutig bestimmte $u(x) \equiv 1 \quad (x \in \bar{\Omega})$. Daraus folgt sofort

$$v(x) := \frac{\partial u}{\partial n_x}(x) = 0 \quad \forall x \in \Gamma.$$

(6) = Spezialfall von $(1)_{Dgl.}$: $\Gamma_N = \emptyset$

Die Cauchy-Daten von (6)

$u(x) \equiv 1$ und $v(x) \equiv 0$

werden durch stückweise konstante Funktionen exakt approximiert, d.h.

$u = e := (1, \ldots, 1)^T$ und $v = 0$

müssen Lösungen von $(5)_h$ $Bu = Av$ sein:

$$Be = A0 = 0 \qquad (B = \tfrac{1}{2}I + \tilde{B})$$

d.h.

$$\boxed{b_{ii} = \frac{1}{2} + \tilde{b}_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} b_{ij}, \quad i = 1, 2, \ldots, n}$$

Damit ist die Generierung der Matrizen

$B = \frac{1}{2}I + \tilde{B}$ und A

und somit der $K = [A_D : -B_N]$ und der rechten Seite $f := B_D u_D - A_N v_N$ beendet. ■