4.2.4. Direkte Randintegralmethoden

■ <u>Inneres Dirichlet - Problem für die Poisson-Gl.:</u>

$$(4)_{Gl.} \quad \begin{cases} -\Delta u(x) = f(x), & x \in \Omega \\ u(x) = g_0(x), & x \in \Gamma_D = \Gamma = \partial\Omega \end{cases}$$

Aus (4) und $(3)_{y\in\Gamma}$ erhalten wir

$$(4)_{Igl.} \quad \underbrace{\int_\Gamma E(x,y) v(y)\, ds_x}_{\text{Einfachschichtpotential}} = \sigma(y) g_0(y) + \underbrace{\int_\Gamma \frac{\partial E}{\partial n_x}(x,y) g_0(x)\, ds_x}_{\text{Doppelschichtpotential}} + \underbrace{-\int_\Omega E(x,y) f(x)\, dx}_{\text{Newton-Potential}}, \quad \forall y \in \Gamma$$

mit den gesuchten Neumann-Daten $v = \frac{\partial u}{\partial n_x}\big|_\Gamma$ auf Γ.

■ <u>Inneres Dirichlet - Problem für die Laplace-Gleichung:</u>

$$(4)_{Igl.,\, f=0} \quad \begin{cases} \text{Ges. } v := \frac{\partial u}{\partial n_x}\big|_\Gamma \in H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma), \text{ sodass für } y \in \Gamma \text{ gilt:} \\ \int_\Gamma E(x,y) v(x)\, ds_x = \sigma(y) g_0(y) + \int_\Gamma \frac{\partial E}{\partial n_x}(x,y) g_0(x)\, ds_x \\ (Vv)(y) = b(y) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ schwach-singuläre Integralgleichung 1. Art!

■ <u>Analog:</u> [OST]
Neumann-Aufgabe in Ω
Robin-Aufgabe in Ω
Gemischte RWA in Ω (→ siehe Pkt. 4.3)
RWA in Ω^c (äußere RWA)
→ siehe auch Pkt. 4.4.