4.2. Formulierung von RWA als Integralgleichungen

4.2.1. Innere und äußere RWA für den Laplace-Operator

- Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ *, einfach zusammenhängend mit dem Rand $\Gamma = \partial\Omega \in C^{0,1}$ bzw. $C^{0,1} \cap PC^k$ bzw. C^k (hinreichend !?!), $\Omega^c := \mathbb{R}^d \setminus \overline{\Omega}$

- Btr. <u>Poisson-Gleichung</u>

$(1)_i$ $\;-\; u(x \;\; f(x)$ in Ω + RB auf Γ (innere RWA)

bzw. $\;\; \overset{\shortparallel}{0}$

$(1)_a$ $-\Delta u(x) = f(x)$ in Ω^c + RB auf Γ + Abklingb. (äußere RWA)

- <u>Randbedingungen (RB):</u>

I. $u(x) = g_D(x),\ x \in \Gamma$: 1. RWA (Dirichlet)

II. $\frac{\partial u}{\partial n_x}(x) := (\nabla u, n_x) = g_N(x),\ x \in \Gamma$: 2. RWA (Neumann)

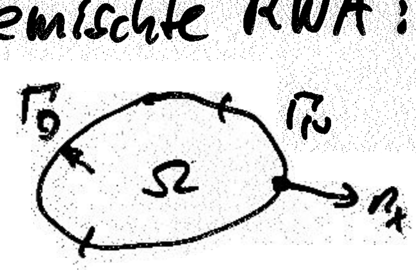
Lösbarkeitsbedingung für die Neumann-Aufgabe:

$$\int_\Omega f(x)\,dx + \int_\Gamma g_N(x)\,ds_x =: \langle F, 1\rangle = 0.$$

III. $\frac{\partial u}{\partial n_x}(x) + \alpha(u(x) - g(x)) = 0,\ x \in \Gamma$: 3. RWA (Robin)

IV. Gemischte RWA: $u(x) = g_D(x),\ x \in \Gamma_D$

$\frac{\partial u}{\partial n_x}(x) = g_N(x),\ x \in \Gamma_N$



- <u>Abkling</u> <u>bed.</u> <u>(Sommerfeld)</u>: $d = 3$

$|u(x)| = O\left(\frac{1}{|x|}\right)$

$|x| \to \infty$