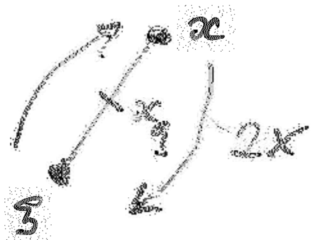
(27) $$(L_h z, z) = \sum_{x\in\omega}\left(-\sum_{\xi\in S'(x)} \bar a(x_\xi)\frac{z(\xi)-z(x)}{h(x,\xi)} s(x_\xi)\, z(x)\right) + \sum_{x\in\omega}\bar c(x)\, z^2(x)\, H(x)$$

$$L_h z(x) = -\frac{1}{H(x)}\sum_{\xi\in S'(x)} \bar a(x_\xi)\frac{z(\xi)-z(x)}{h(x,\xi)} s(x_\xi) + \bar c(x) z(x)$$

$$= \sum_{x\in\omega}\sum_{\xi\in S'(x)} \bar a(x_\xi)\left(-\frac{z(\xi)-z(x)}{h(x,\xi)}\,\frac{z(x)}{h(x,\xi)}\right) h(x,\xi)\, s(x_\xi) + \sum_{x\in\omega}\bar c(x)\, z^2(x)\, H(x)$$



$h(x,\xi) = h(\xi, x)$

$$-(z(\xi)-z(x))z(x) - (z(x)-z(\xi))z(\xi) =$$
$$= z^2(x) - 2z(x)z(\xi) + z^2(\xi) = (z(\xi)-z(x))^2$$

$$= \sum_{x_\xi} \bar a(x_\xi)\Big(\underbrace{\frac{z(\xi)-z(x)}{h(x,\xi)}}_{z_n(x)}\Big)^2 H'(x_\xi) + \sum_{x\in\omega}\bar c(x)\, z^2(x)\, H(x)$$

$$\geq \tilde\mu_1 \|z\|^2_{\mathring W_2^1(\omega)}$$

mit $\tilde\mu_1 = \begin{cases} \min\{\bar a_1, \bar c_1\} & \text{falls } \bar c(x) \geq \bar c_1 = \text{const} > 0\ \forall x\in\omega_h\ \forall h\in\Theta \\ \bar a_1(1+\tilde c_F^2)^{-1} & \text{falls } \bar c(x)\geq 0\ \forall x\in\omega_h\ \forall h\in\Theta\end{cases}$

wobei $\bar a_1 = \text{const} > 0$: $\bar a(x_\xi) \geq \bar a_1 = \text{const}\ \forall x,\xi\in\bar\omega_h\ \forall h\in\Theta$

$\tilde c_F = \text{const} > 0$: Konstante aus diskreter Friedrichs-Ungl.

$$\|z\|_{L_2(\omega)} \leq \tilde c_F\, |z|_{\mathring W_2^1(\omega)}\quad \forall z\in \mathring W_2^1(\omega_h)\ \forall h\in\Theta$$

Beweis: (mms)

Hinweis: Nutzen Sie die bereits bekannte Friedrichs-Ungl.

für $\tilde z_h \in \mathring V_{0h}$, $\tilde z_h \leftrightarrow z$:

$$\|\tilde z_h\|_{L_2(\Omega)} \leq c_F\, |\tilde z_h|_{\mathring W_2^1(\Omega)}\quad \forall \tilde z_h\in \mathring V_{0h}$$