3.4.2. Diskrete Konvergenz der klassischen Integralbilanzmethode

- Für das <u>DS (6)</u>$_{PB-}$ (ähnliches gilt für $(6)_{MDI}, \ldots$)

$$(6)\quad \boxed{\begin{array}{llr} v = \underline{u}_h : \overline{\omega}_h \to \mathbb{R} : & L_h v(x) = f_h(x),\ x \in \overset{\circ}{\omega} & (6)_1 \\ & \ell_h v(x) = g_h(x),\ x \in \gamma_h = \gamma_{23} & (6)_2 \\ & v(x) = g_1(x),\ x \in \gamma_1 & \end{array}}$$

Können in diskreten Normen Fehlerabschätzungen als Folge von Stabilität und Approximation gezeigt werden!

① <u>Diskrete Konvergenz in der $\overset{\circ}{W}{}_2^1(\omega_h)$-Norm:</u>

$$(24)\quad \|\underset{\substack{(3)\\ \shortparallel \\ (1)}}{u} - \underset{(6)}{v}\|_{\overset{\circ}{W}{}_2^1(\omega)} \leq c(u) \begin{cases} h, & \text{für (i) } u \in W_2^2(\Omega), \text{ reg. } \omega \\ h^{3/2}, & \text{für (ii) } u \in W_2^3(\Omega), \text{ lok. ungl.} \\ h^2, & \text{für (iii) } u \in W_2^3(\Omega), \text{ gl., } \gamma_1, \gamma_\Gamma \end{cases}$$

Fehler

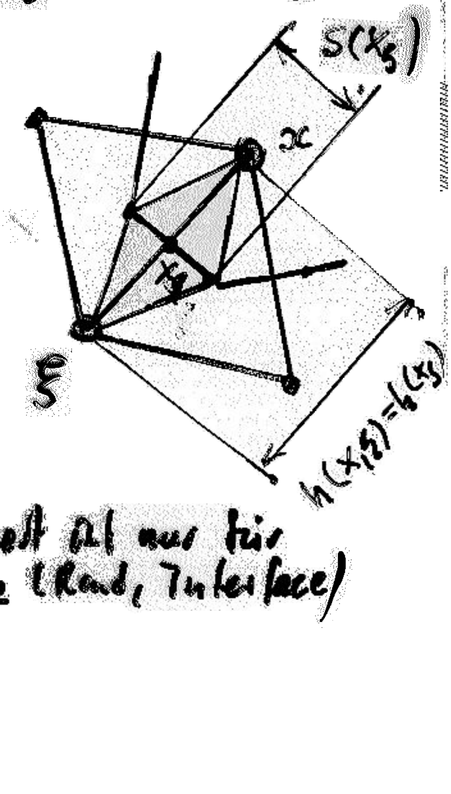
und Daten hinreichend glatt

wobei $\overset{\circ}{W}{}_2^1(\omega_h) := \{ z : \overline{\omega} \to \mathbb{R}^1 : z|_{\gamma_1} = 0 \}$ mit Norm

$$\|z\|^2_{\overset{\circ}{W}{}_2^1(\omega)} := \underbrace{\sum_{x_g} z^2_{\vec{n}}(x_g) H'(x_g)}_{=: |z|^2_{W_2^1(\omega)}} + \sum_{x \in \omega} z^2(x) H(x) + \sum_{x \in \gamma_{II}} z^2(x) h(x)$$

mit $z_{\vec{n}}(x_g) := \dfrac{z(\xi) - z(x)}{h(x,\xi)}$

$$H'(x_g) = s(x_g)\, h(x,\xi)$$



gleichmäßige Gitter: ⬡ ◪ □

lokal ungleichmäßige Gitter: Gleichmäßigkeit ist nur für $O(h^{-1})$ Dreiecke (Rand, Interface) gestört!