5. Für den Spezialfall "Poisson-Gleichung" ($a=1, c=0$) gilt:

a) $$-\sum_{j\in\overline{\omega}_h} \int_{\partial\Omega(x^{(j)})} \frac{\partial u}{\partial n}\overline{v}\,ds = \int_\Omega \nabla^T u \,\nabla v\,dx$$

$\forall u \in V_{0h} = \overset{\circ}{P}_1(\tau_\Delta)\ \forall v\in V_{0h},\ v \leftrightarrow \overline{v}\in T_{0h} = \overset{\circ}{P}_0(\tau_\mathcal{X})$

$\Rightarrow\ \overline{a}(u,\overline{v}) = a(u,v)\ \forall u,v\in V_{0h},\ v\leftrightarrow \overline{v}\in T_{0h}$

b) $\Rightarrow\ \underset{\text{FVM}}{K_B} = \underset{\text{FEM}}{K_L}$, aber i.a. $\underline{f}_B \neq \underline{f}_L$!

c) <u>Fehlerabschätzung:</u> $u\in V_0\cap S_0^1$ $(|||\cdot||| \simeq \|\cdot\|_1 \simeq |\cdot|_1)$

(12) $$|||u-u_B||| \le c \inf_{v_h\in \hat{V}_{0h}} |||u-v_h|||$$

Aus (11) und (12) folgt

(13) $$|||u-u_L||| \le |||u-u_B||| \le c\,|||u-u_L|||$$

Falls $u\in W_2^2(\Omega)$ folgt aus (12), $|||\cdot||| \simeq |\cdot|$ auf V_0 und dem Approximationssatz 2.6 sofort

(14) $$\boxed{|u-u_B|_{1,\Omega} \le \overline{c}\,a_{12}\,h\,|u|_{2,\Omega}}$$

bzw. falls $u\in W_2^2(\delta_r)\ \forall r\in R_h\ \forall h\in\Theta$

$$\boxed{|u-u_B|_{1,\Omega} \le \overline{c}\,a_{12}\Big(\sum_{r\in R_h} h_r^2\,|u|^2_{2,\delta_r}\Big)^{1/2}}$$

6. Aus (11) folgt ebenfalls, daß die Fehlerschätzer (bzw. (13)) für die FEM, d.h. für $|||u-u_L||| \le c\,\eta(u_L)$ auch für die FVM, d.h. für $|||u-u_B|||$ funktionieren!