FVM 18

Bemerkung 3.6:

1. (7) Box a) Ges. $\underline{u}_B \in \mathbb{R}^{N_h}$: $\sum_{i\in\omega_h} u^{(i)} \bar{a}(p^{(i)}, x^{(k)}) = (f, x^{(k)})_0 \quad \forall k \in \omega_h$

   Leiten Sie die explizite Form ab!

2. $K_B = K_B^T$ p.d. (mms)

3. Die auftretenden Linien- und Flächenintegrale müssen im allgemeinen numerisch berechnet werden:

$$\int_{\partial \mathcal{X}(x^{(k)})} \dots ds \quad : \text{Quadraturformel}$$

$$\int_{\mathcal{X}(x^{(k)})} \dots dx \quad : \text{Kubaturformel}$$

(siehe auch Pkt. 3.3.1!)

4. Fehlerabschätzung in der Energienorm

$$|||\cdot|||^2 := a(\cdot,\cdot) \approx |\cdot|_1^2 \simeq \|\cdot\|_1 \quad \text{in } V_0$$

unter der Voraussetzung

$$u \in V_0 \cap S_0^1(\tau_\Delta) := \{v \in V_0 = \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega) : (\sum_{r\in R_h}{}' h_r^2 \|\Delta u\|_{0,\delta_r}^2)^{1/2} \le c \inf_{v_h \in V_{0h}} |u - v_h|_1\}$$

mit $c = const \neq c(h)$:

$$(9) \quad |||u - u_B||| \le c \inf_{T_{0h} \ni \bar{v} \leftrightarrow v \in V_{0h}} \{|||u - v||| + \|u - \bar{v}\|_{0,\Omega}\} \le c\, h \|u\|_{2,\Omega}$$

$\uparrow$ Approximationsabsch. Vor: $u \in W_2^2(\Omega)$ (Kap. 2)

Da

$\swarrow$ FE-Lösung

$$(10) \quad |||u - u_L||| \le \inf_{v \in V_{0h}} |||u - v|||$$

gilt offenbar

$$(11) \quad |||u - u_L||| \le |||u - u_B||| \le c\{|||u - u_L||| + \|u - \bar{u}_L\|_{0,\Omega}\}.$$