Bemerkung 2.14:

1 Falls die Fkt. u die stärkere Regularitätsvoraussetzung

$$u \in V_g \cap W_\infty^{k+1}(\Omega)$$

erfüllt, dann gelten die Interpolationsfehlerabschätzungen (↓ Approx.-fehlerabschätzungen)

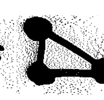
$$|u - \mathrm{int}_{\bar{V}_h}(u)|_{W_\infty^s(\Omega)} \leq c h^{k+1-s} |u|_{W_\infty^{k+1}(\Omega)}$$

mit $s = 0, 1$ $\quad (W_\infty^0(\Omega) = L_\infty(\Omega))$.

Beweis: Analog zu (32) mit $\ell \in [W_p^{k+1}(\Delta)]^*$ für $p \to \infty$!

2. Frage: $\|u - u_h\|_{W_\infty^s(\Omega)} \leq$?
falls $u \in V_g \cap W_\infty^{k+1}(\Omega)$ mit $s = 0, 1$?

Antwort: nichttrivial !

(a) Für $d = 2$, $k = 1$, $\mathcal{F}(\Delta) = \mathcal{P}_1$: $\Delta =$  ,
d.h. Lineares Dreieckselement = Courant-Element !

$$\|u - u_h\|_{L_\infty(\Omega)} \leq c h^2 |\log h|^{3/2} |u|_{W_\infty^2(\Omega)}$$

$$\|u - u_h\|_{W_\infty^1(\Omega)} \leq c h |\log h| |u|_{W_\infty^2(\Omega)}$$

Beweistechnik:

① Methode der gewichteten Sobolev-Räume von NITSCHE (1975)

② Methode der diskreten Greenschen Funktionen von SCOTT (1975)

Lit.: Ciarlet

(b) Für „alle" (?) anderen Fälle konnten quasioptimale L_∞- bzw. W_∞^1-Konvergenzabschätzungen, d.h. entsprech. der Approximationsordnung, bewiesen werden !