2. Aus (18) bzw (18') folgt sofort:

$$(18'') \quad \inf_{v_h \in \tilde{V}_h} \|u - v_h\|_{1,\Omega} \le \bar{a}_{1,k+1} h^k \begin{cases} |u|_{k+1,\Omega} & \text{Satz 2.6} \\ \|u\|_{k+1,\Omega} & \text{Bem. 2.7.1} \end{cases}$$

mit $\bar{a}^2_{1,k+1} = a^2_{1,k+1} + a^2_{0,k+1} h^2$.

3. Die Abschätzungen (18), (18'), (18'') sind bzgl. der h-Potenz optimal (vgl. Ü 2.8)!
d.h. $\exists\, u \in W_2^{k+1}(\Omega)$: $\inf_{v_h \in \tilde{V}_h} |u - v_h|_{s,\Omega} \ge c\, h^{k+1-s}$

mit einer h-unabhängigen, positiven Konst. c.

4. Für $u \in W_2^{l}(\Omega)$, $1 < l \le k+1$ ($l \in \mathbb{R}$, reell!) gilt:

$$\inf_{v_h \in \tilde{V}_h} |u - v_h|_{s,\Omega} \le a_{s,l}\, h^{l-s} \|u\|_{l,\Omega}.$$

5. Falls $u \in W_2^{l_r}(\delta_r)$, $1 < l_r \le k+1$, $\forall r \in R_h$ $\forall h \in \Theta$ gilt:

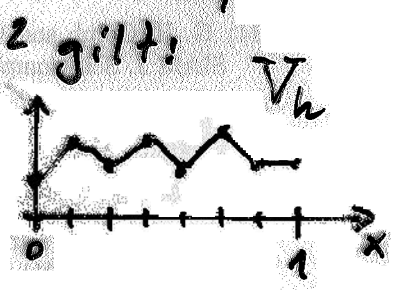
$$\inf_{v_h \in \tilde{V}_h} |u - v_h|_{s,\Omega} \le \Big({\sum_{r \in R_h}}' a_{s,l_r} h_r^{2(l_r - s)} \|u\|^2_{l_r,\delta_r} \Big)^{0.5}$$

$s = 0,1$

Netzgraduierung mögl.!

$\boxed{\text{Ü 2.8}}$ Man zeige, daß für $d = 1$, $\Omega = (0,1)$, $k = 1$: $\mathcal{F}(\Delta) = \mathcal{P}_1$, $u(x) = x^2$ gilt:

$$\inf_{v_h \in \tilde{V}_h} \int_0^1 |u' - v_h'|\, dx = \frac{1}{3} h^2$$



$\boxed{\text{Ü 2.9}}$ Zeigen Sie die limitierte Vollständigkeit der Fam. der FE-Räume $\{V_{0h}\}_{h \in \Theta}$ in $\tilde{V}_0$!