$\boxed{\text{Ü1.5}}$ CC! Man gebe die Variationsformulierung des Dirichlet-Problems für die Helmholtz-Gleichung

$$(**)\begin{cases} -\Delta u(x) - \omega^2 u(x) = f(x), \; x \in \Omega, \\ u(x) = 0, \; x \in \Gamma = \partial\Omega \end{cases}$$

an und kläre das Problem der Existenz und Eindeutigkeit der verallgemeinerten Lsg. von (**)! Hierbei ist ω^2 eine gegebene, positive Konstante.

$\boxed{\text{Ü1.6}}$ Btr. das Dirichletsche RWP zur Bestimmung der z-Komponente $u(x_1,x_2) = A_z(x,y)$ des magnetischen Vektorpotentials für ein ebenes Magnetfeldproblem (z.B. Elektromotor):

$$\begin{cases} -\mathrm{div}\left(\frac{1}{\mu(x)} \nabla u(x)\right) = S_z(x) - \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{1}{\mu(x)} B_{x_2}(x)\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{1}{\mu(x)} B_{x_1}(x)\right) \\ \qquad\qquad x = (x_1,x_2) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2 \; * \\ + \text{RB}: \; u(x) = 0, \; x \in \Gamma = \partial\Omega \end{cases}$$

Stellen Sie die Variationsformulierung

$$\text{Ges. } u \in \overline{V}_g: \; a(u,v) = \langle F,v \rangle \; \forall v \in \overline{V}_0$$

auf und zeigen Sie, daß unter den Voraussetzungen

1) $\mu \in L_\infty(\Omega)$: $0 < \underline{\mu} \leq \mu(x) \leq \overline{\mu}$ $\forall$ f.ü. $x \in \Omega$ mit positiven Konstanten $\underline{\mu}$ und $\overline{\mu}$,
2) $S_z \in L_2(\Omega)$,
3) $B_{x_1}, B_{x_2} \in L_2(\Omega)$,
4) $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ * und $\partial\Omega \in C^{0,1}$

eine eindeutig bestimmte verallg. Lsg. $u \in \overline{V}_g$ des VP existiert!