$\boxed{\text{Ü 1.3}}$ Zusätzlich zu Vor. (7) gelte $c(x) \geq \underline{c} = const > 0$ $\forall$ f.ü. $x \in \Omega$, $\Gamma_1 = \Gamma_3 = \emptyset$, $b_i \equiv 0$.

Man gebe Bedingungen an die Koeffizienten b_i an, so daß die Voraussetzungen des Lax-Milgram-Satzes erfüllt sind.

<u>Hinweis:</u> Wenden Sie zur Abschätzung des Konvektionsterms $\sum_{i=1}^{d} \int_\Omega b_i \frac{\partial u}{\partial x_i} v\, dx$ die ε-Ungleichung
$$|ab| \leq \frac{1}{2\varepsilon} a^2 + \varepsilon b^2 \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^1 \; \forall \varepsilon > 0$$
an!

$\boxed{\text{Ü 1.4}}$ Man gebe die Variationsformulierung für das reine Neumann-Problem für die Poisson-Gleichung
$$(*) \begin{cases} -\Delta u(x) = f(x), & x \in \Omega \\ \frac{\partial u}{\partial n}(x) = 0, & x \in \Gamma = \partial\Omega \end{cases}$$
an und kläre das Problem der Existenz und Eindeutigkeit verallgemeinerter Lsg. von (*)!

<u>Hinweis:</u> Offenbar ist $u(x) + c$ für eine bel. fixierte Konstante $c \in \mathbb{R}^1$ eine Lsg. von (*), falls $u(x)$ lösl. Zur Klärung der Lösbarkeitseigenschaft. kann man z.B. wie folgt vorgehen:

1) Variationsformulierung in $V = H^1(\Omega)$ aufstellen und Fredholm-Theorie anwenden!
2) Variationsformulierung im Faktorraum $V = H^1(\Omega)|Ker$ mit $Ker = \{c : c \in \mathbb{R}^1\} = \mathbb{R}^1$ aufstellen und Lax-Milgram-Satz anwenden!
3) Das Variationsproblem
   Ges. $u \in V = H^1(\Omega)$:
   $$\int_\Omega \nabla^T u \nabla v\, dx + \beta \int_\Omega u\, dx \int_\Omega v\, dx = \int_\Omega f v\, dx \quad \forall v \in V$$
   benutzen, wobei $\beta \in \mathbb{R}^1_+$ bel. fix. positive Konst. ist.