- **Bemerkung 1.2:**

1. Lsg. $u \in V_g$ von (6) heißt schwache bzw. verallgem. Lsg.
2. Für VF (6) können Vor. an Eingangsdaten abgeschwächt werden (! Integrale müssen existieren), z.B.

$$
\langle 7 \rangle \left\{
\begin{array}{l}
1)\ a_{ij},\ b_i,\ c \in L_\infty(\Omega),\ \alpha \in L_\infty(\Gamma_3) \\
2)\ f \in L_2(\Omega),\ g_i \in L_2(\Gamma_i),\ i = 1,2,3 \\
3)\ g_1 \in H^{1/2}(\Gamma_1) := \gamma_{\Gamma_1} H^1(\Omega),\ \text{d.h. } \exists \tilde{g}_1 \in H^1(\Omega): \\
\quad \tilde{g}_1|_{\Gamma_1} := \gamma_{\Gamma_1} \tilde{g}_1 = g_1 \\
4)\ \Omega \subset \mathbb{R}^d\ * :\ \Gamma = \partial\Omega \in C^{0,1}\ (\text{Lipschitz}) \\
5)\ \text{gleichmäßige Elliptizität: } \exists \bar{\mu}_1 = \text{const} > 0: \\
\quad \left.\begin{array}{l}
\sum_{i,j=1}^{d} a_{ij}(x)\, \xi_i \xi_j \geq \bar{\mu}_1 |\xi|^2 \ \forall \xi \in \mathbb{R}^d \\
a_{ij}(x) = a_{ji}(x) \ \forall i,j = \overline{1,d}
\end{array}\right\} \overset{\bullet}{\forall} x \in \Omega \text{ f.ü.}
\end{array}
\right.
$$

<u>Weitere Abschwächung:</u> $b_i \in H^1(\Omega) \Rightarrow b_i \in L_4(\Omega)$

3. Beziehung zwischen klassischer und verallgem. Lsg.:

$$
\boxed{\begin{array}{l} u \in X: (5) \\ \text{Klass. Lsg} \end{array}}
\quad
\begin{array}{c}
u \in X \cap V_g \cap H^2(\Omega) \\
① \longrightarrow ⑤ \ \bullet \\
\Longrightarrow \\
\Longleftarrow \\
① \longleftarrow ⑤ \\
\uparrow
\end{array}
\quad
\boxed{\begin{array}{l} u \in V_g : (6) \\ \text{verallg. Lsg.} \end{array}}
$$

<u>Vor.:</u> •
- $u \in V_g \cap X \cap H^2(\Omega)$
- Klassische Glattheitsvor. an die Eingangsdaten in $\bar{\Omega}$

- Existenz der Integrale und Durchführbarkeit der partiellen Integration muss garantiert sein:

! Achtung! $u \in X := C^2(\Omega) \cap C^1(\Omega \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3) \cap C(\Omega \cup \Gamma_1)$

$$\underset{\text{i.a.}}{\not\Rightarrow} u \in H^1(\Omega) \ !$$