Stabilitätsbedingung:

$$\boxed{-1 \leq \frac{1-(1-\theta)\,\varkappa \frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)}{1+\theta\,\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)}}$$

$\theta = 0$: $\quad \varkappa \frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) \leq 2$!

$\theta = \frac{1}{2}$: $\quad -2 - \varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) \leq 2 - \varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)$ ✓

$\theta = 1$: $\quad -1 - \varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) \leq 1$ ✓

θ : $\quad 0 \leq 1 + \theta\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) + 1 - (1-\theta)\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)$!

$\quad 0 \leq 2 - \varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A) + 2\theta\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)$!

$$\theta \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{\varkappa\frac{\tau}{h^2}\lambda_{max}(A)}$$

RESULTAT:

$\theta = 1$: $\quad \| - '' - \| \leq 1$ und $\|\psi^k\| \leq c(h^2+\tau)$

unbedingt stabil

$\theta = \frac{1}{2}$: $\quad \| - '' - \| \leq 1$ und $\|\psi^{k,0}\| \leq c(h^2+\tau^2)$

unbedingt stabil

$\theta = 0$: bedingt stabil und $\|\psi^k\| \leq c(h^2+\tau)$

$$\tau \leq \frac{h^2}{\varkappa}\frac{2}{\lambda_{max}(A)} \approx \frac{h^2}{2\varkappa}$$

Hyperbolischer Fall: d.h. Saitenschwingung (N-Z)

$\Rightarrow$ Rein implizites Schema ist unbedingt stabil!

$\Rightarrow$ Diskrete Konvergenz: $\|z^{j+1}\| \leq c(u)\,(\tau^2+h^2)$