# Fehlerschema für das θ-Verfahren:

Fehler: $z = \overset{(1)}{u} - \overset{(6)}{v}$

(8) $z_{t,i}^{j} - \theta \tau z_{\bar{x}x,i}^{j+1} - (1-\theta)\tau z_{\bar{x}x,i}^{j} = \psi_i^{j,\theta}$

mit $\psi_i^{j,\theta} = \theta \psi_i^{j} + (1-\theta)\psi_i^{j+1}$, $i = \overline{1,n-1}$, $j = \overline{0,m-1}$

+ RB: $z_0^j = z_n^j = 0$ + AB: $z^0 = 0$ (Rdf !)

## Matrixschreibweise:

$$z^{j+1} = z^j - \theta \tau \frac{1}{h^2} A z^{j+1} - (1-\theta)\tau \frac{1}{h^2} A z^j + \tau \psi_i^{j,\theta}$$

$$\left(I + \theta \tau \frac{1}{h^2} A\right) z^{j+1} = \left(I - (1-\theta)\tau \frac{1}{h^2} A\right) z^j + \tau \psi_i^{j,\theta}$$

$$z^{j+1} = \left(I + \theta \tau \frac{1}{h^2} A\right)^{-1} \left(I - (1-\theta)\tau \frac{1}{h^2} A\right) z^j + \tau \left(I + \theta \tau \frac{1}{h^2} A\right)^{-1} \psi^{j,\theta}$$

$$\|z^{j+1}\| \le \underbrace{\left\| \left(I + \theta \tau \frac{1}{h^2} A\right)^{-1} \left(I - (1-\theta)\tau \frac{1}{h^2} A\right) \right\|}_{\le 1\ !} \|z^j\| + \tau \|\psi^{j,\theta}\|$$

$$\left\| \left(I + \theta \tau \frac{1}{h^2} A\right)^{-1} \left(I - (1-\theta)\tau \frac{1}{h^2} A\right) \right\| \le 1$$

$$\Updownarrow$$

$$-1 \le \frac{1 - (1-\theta)\tau \frac{1}{h^2} \lambda_{max}(A)}{1 + \theta \tau \frac{1}{h^2} \lambda_{max}(A)}$$