Analysis der Fehlerfortpflanzung:

1. Heuristisch (nicht Korrekt !!)

X

$$z_i^{j+1} = z_i^j + \varkappa\frac{\tau}{h^2}\left[\cancel{z_{i-1}^j} - 2z_i^j + \cancel{z_{i+1}^j}\right] + \tau\psi_i^j$$

$$z_i^{j+1} = \underbrace{\left(1 - 2\varkappa\frac{\tau}{h^2}\right)}_{=:q} z_i^j + \tau\psi_i^j$$

$$\begin{aligned} z_i^{j+1} &= q\, z_i^j + \tau\psi_i^j \\ &= q\left(q\, z_i^{j-1} + \tau\psi_i^{j-1}\right) + \tau\psi_i^j \\ &= \ldots\ldots \\ &= q^{j+1} z_i^0 + \tau\left(q^j\psi_i^0 + q^{j-1}\psi_i^1 + \ldots + \psi_i^j\right) \end{aligned}$$

Stabilität $\Leftrightarrow |q| \le 1$ $\left(\lightning\ q = 1.1,\ j = 999,\ q^j \approx 10^{41}\right)$

Falls

(*) ? $|q| = \left|1 - 2\varkappa\frac{\tau}{h^2}\right| \le 1$? (*)

dann gilt

$$|z_i^{j+1}| \le \underbrace{|z_i^0|}_{\text{Rundungsfehler (Rdf)}} + t_{j+1}\underbrace{\max_{k=\overline{0,j}}|\psi_i^k|}_{=O(\tau+h^2)}$$

$$\le c\left(\tau + h^2\right)$$

Allerdings: Heuristik z. Stabilitätsbed. stimmt noch nicht ganz!