11

<u>Ann.:</u> $f(x,t) = f(x)$, $g_i(x,t) = g(x)$, $a = \text{const} > 0$

$\Rightarrow$ <u>statisch:</u>

$$(13) \quad \boxed{\begin{array}{l} -\Delta u(x) = \frac{1}{a} f(x) \text{ in } \Omega \\ + \text{RB: 1.–4. Art auf } \Gamma \end{array}} \quad \text{Poisson-gleichung}$$

<u>Bsp.:</u> – Zugstab im statischen Gleichgewicht (10)
– Gleichgewichtslage einer Saite bzw. Membran

Periodische Lösungen von hyperbolischen PDgl.:

Btr. z.B. 1. ARWA für (9): $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a\Delta u = f$, RB, AB

<u>Ann.:</u> $f(x,t) = \underbrace{a f(x)}_{\text{Amplitute}} e^{i\omega t}$ $\qquad (i = \sqrt{-1})$

$g(x,t) = g(x) \; e^{i\omega t}$ $\qquad$ Frequenz ω

<u>Ansatz:</u> $u(x,t) = u(x) \; e^{i\omega t}$

$$(11) \Rightarrow i^2\omega^2 e^{i\omega t} u(x) - a e^{i\omega t} \Delta u(x) = a e^{i\omega t} f(x)$$

$$\Downarrow$$

$$(15) \quad \boxed{\begin{array}{l} -\Delta u(x) - k^2 u(x) = f(x), \; x \in \Omega \\ + \text{RB: } u(x) = g(x), \; x \in \Gamma \\ \text{mit } k^2 = \omega^2 / a \qquad \text{Helmholtz-Gleichung} \end{array}}$$

Frage nach Eigenschwingungen $\lambda = k^2$:

$$(16) \quad \boxed{\begin{array}{ll} \text{Ges. } u(x) \not\equiv 0: & -\Delta u(x) = \lambda u(x), \; x \in \Omega \\ \text{EWP} & u(x) = 0, \; x \in \Gamma \end{array}}$$