

11

- 4 -

Ann.: $f(x,t) = f(x)$, $g_i(x,t) = g(x)$, $a = \text{const} > 0$
 \Rightarrow statisch:

$$(13) \quad \boxed{\begin{array}{l} -\Delta u(x) = \frac{1}{a} f(x) \text{ in } \Omega \\ + \text{RB: 1. - u. Art auf } \Gamma \end{array}} \quad \text{Poisson-} \\ \text{gleichung}$$

Bsp.: - Zugstab im statischen Gleichgewicht (10)
 - Gleichgewichtslage einer Saite bzw. Membran

Periodische Lösungen von hyperbolischen PDE:

Btr. 2. B. 1. ARWA für (9): $\frac{\partial u}{\partial t} - a \Delta u = f$, RB, AB

Ans.: $f(x,t) = \underbrace{a f(x)}_{\text{Amplitude}} e^{i\omega t} \quad (i = \sqrt{-1})$

$g(x,t) = g(x) e^{i\omega t}$ ↗ Frequenz ω

Ansatz: $u(x,t) = u(x) e^{i\omega t}$

$$(11) \Rightarrow \downarrow \quad \omega^2 e^{i\omega t} u(x) - a e^{i\omega t} \Delta u(x) = a e^{i\omega t} f(x)$$

$$(15) \quad \boxed{\begin{array}{l} -\Delta u(x) - k^2 u(x) = f(x), x \in \Omega \\ + \text{RB: } u(x) = g(x), x \in \Gamma \\ \text{mit } k^2 = \omega^2 / a \quad \text{Helmholtz-} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{Gleichung} \end{array}}$$

Frage nach Eigenschwingungen $\lambda = k^2$:

$$(16) \quad \boxed{\begin{array}{l} \text{Ges. } u(x) \neq 0 : -\Delta u(x) = \lambda u(x), x \in \Omega \\ \text{EWP} \quad \quad \quad u(x) = 0, x \in \Gamma \end{array}}$$

L² = L² = L² →