

### 1.3.3. RWA für elliptische PDgl.

#### ■ Asymptotische Verteilung: $t \rightarrow \infty$

Ableitung aus parabolischen PDgl. für " $t \rightarrow \infty$ "  
unter stationären Bedingungen:

$$\text{Annahmen: } \left. \begin{array}{l} f(x,t) \approx f(x) \\ \varphi_i(x,t) = g(x) \\ a = \text{const} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} u(x,t) \rightarrow u(x) \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty \end{array}$$

Folglich ist die asymp. (stationäre) Verteilung  $u(x)$   
Lösung der RWA:

$$(13) \quad \boxed{-\Delta u(x) = \frac{1}{a} f(x) \text{ in } \Omega} \quad \text{Poissongleichung}$$

$\downarrow$  1.-4. RWA

Bsp.: - Asymp. (stationäre) Temperaturverteilung  
- " " " Schadstoffverteilung  
- Potential von elektrischen Feldern  
 $\rightsquigarrow$  Potentialgleichung

#### ■ Statische und quasistatische Gleichgewichtszustände:

Ableitung aus hyperbolischer PDgl. möglich:

Ann.:  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) \approx 0 \quad \forall (x,t) \in Q$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) \approx 0 \quad \forall x \in \bar{\Omega}, \quad a = \text{const} > 0$$

$\Rightarrow$  quasistatisch:

$$\boxed{\begin{array}{l} -\Delta \dot{u}(x,t) = \frac{1}{a} f(\dot{x},t) \text{ in } \Omega \\ + \text{RB: 1.-4. Art auf } \Gamma \\ + \text{AB: } u(x,0) = u_0(x) \text{ in } \bar{\Omega} \end{array}}$$

Quasizeit-  
parameter

$\downarrow$  inkrementelle Methoden (Homotopie-Methoden)