

9

### 1.3.2. ARWA für hyperbolische PDgl.

■ Ges.  $u(x,t) \in X \subset C^{2,2}(Q) \equiv C^2(Q)$ :

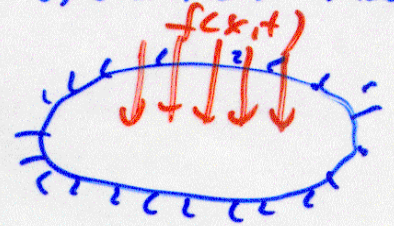
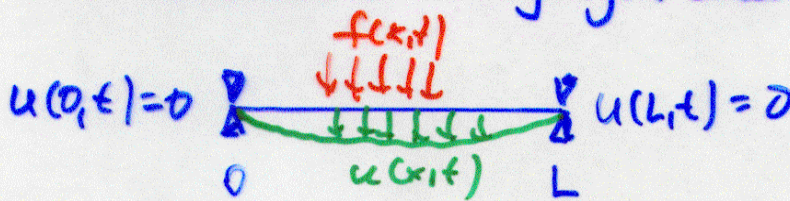
$$(11) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) - a \Delta u(x,t) = f(x,t), \quad (x,t) \in Q := \Omega \times (0, t_E)$$

+ RB: 1.-4. Art  $\leadsto$  1.-4. ARWA

$$+ AB: \left. \begin{aligned} u(x,0) &= u_0(x) \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= u_1(x) \end{aligned} \right\} x \in \bar{\Omega} \subset \mathbb{R}^d$$

■ Modelliert z.B.:

- Longitudinalschwingungen eines Stabes (1D:  $d=1$ )
- Transversalschwingungen einer Saite (1b) oder Membran (2D)



- Ausbreitung von Druckwellen in der Akustik  
: etc.

$\Rightarrow$  (11) heißt auch Schwingungs- oder Wellengleichung

■ Semidiscretisierung im Ort (FDM, FEM) führt auf AWA für Systeme gew. Dgl. 2. Ordnung zur Bestimmung von  $\underline{u}(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))^T$ :

$$(12) \quad \begin{cases} \ddot{\underline{u}}(t) = f(t, \underline{u}(t)) := -K \underline{u}(t) + \underline{b}(t), & t \in (0, t_E) \\ + AB: \underline{u}(0) = \underline{u}_0, \\ \quad \quad \underline{\dot{u}}(0) = \underline{u}_1. \end{cases}$$