9. 1.3.2. ARWA für hyperbolische PDgl.

■ Ges. $u(x,t) \in X \subset C^{2,2}(Q) \equiv C^2(Q)$:

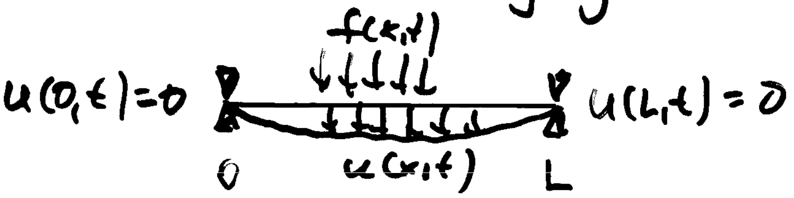
$$(11) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) - a\Delta u(x,t) = f(x,t), \quad (x,t) \in Q := \Omega \times (0,t_E)$$

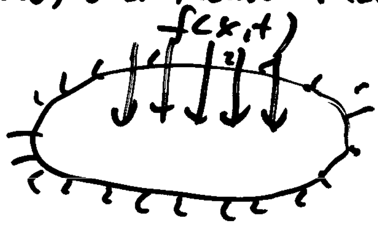
+RB: 1.–4. Art $\rightsquigarrow$ 1.–4. ARWA

+AB: $\left.\begin{array}{l} u(x,0) = u_0(x) \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = u_1(x) \end{array}\right\} \; x \in \overline{\Omega} \subset \mathbb{R}^d$

■ <u>Modelliert z.B.:</u>

- Longitudinalschwingungen eines Stabes (1D: $d=1$)
- Transversalschwingungen einer Saite (1D) oder Membran (2D)





- Ausbreitung von Druckwellen in der Akustik
  ⋮ etc.

$\Rightarrow$ (11) heißt auch Schwingungs- oder Wellengleichung

■ Semidiskretisierung im Ort (FDM, FEM) führt auf AWA für Systeme gew. Dgl. 2. Ordnung zur Bestimmung von $\underline{u}(t) = (u_1(t), \ldots, u_N(t))^T$:

$$(12) \left\{ \begin{array}{l} \underline{\ddot{u}}(t) = \underline{f}(t,\underline{u}(t)) := -K\underline{u}(t) + \underline{b}(t), \quad t \in (0,t_E) \\ +\text{AB: } \underline{u}(0) = \underline{u}_0, \\ \qquad\quad \underline{\dot{u}}(0) = \underline{u}_1. \end{array} \right.$$