

1.3. Typische mathematische Modelle für PDgl. und ihr technischer Hintergrund

1.3.1. ARWA für parabolische PDgl.

■ Ges. $u(x,t) \in \mathcal{X} \subset C^{2,1}(Q)$:

$$(9) \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) - a \Delta u(x,t) = f(x,t), \quad (x,t) \in Q := \Omega \times (0, t_E)$$

↑ LAPLACE-Operator

+ RB: • 1. Art = Dirichlet: $u(x,t) = g_1(x,t), x \in \Gamma = \partial\Omega, t \in (0, t_E)$

• 2. Art = Neumann: $-a \frac{\partial u}{\partial n}(x,t) = g_2(x,t) \quad -u -$

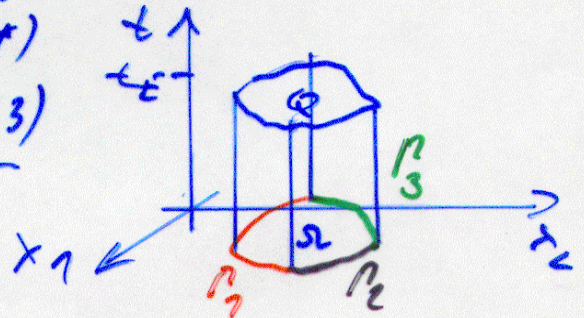
• 3. Art = Robin: $-a \frac{\partial u}{\partial n} = \alpha(u - u_e) \quad -u -$

• 4. Art = gemischt: i . Art auf $\Gamma_i, i = \overline{1,3}$

+ AB: $u(x,0) = u_0(x), x \in \bar{\Omega}$

wobei $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ - Rechengebiet (*)

d - Ortsdimension ($d=1,2,3$)



■ Modelliert z. B.:

- Instationäre Wärmeausbreitung (2 Wärmeglg.)

- Instationäre Diffusionsprozesse (2 Diffusionsgl.)

: etc

■ Semidiscretisierung im Ort (FDM, FEM) führt auf AWA für System gew. Dgl. 1. Ordnung zur Bestimmung von $\underline{u}(t) := (u_1(t), \dots, u_N(t))^T$:

$$(10) \quad \begin{cases} \dot{\underline{u}}(t) = \underline{f}(t, \underline{u}(t)) := -K \underline{u}(t) + \underline{b}(t), t \in (0, t_E) \\ +AB: \underline{u}(0) = \underline{u}_0 \end{cases}$$

wobei $\dot{\underline{u}}(t) := \frac{d\underline{u}}{dt}(t) = (\dot{u}_1(t), \dots, \dot{u}_N(t))^T$