Die Stokes-Gleichungen:

beschreiben die Strömung eines dominant viskosen ($Re \ll 1$), inkompressiblen Fluids!

1. instationär:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{Re}\Delta v + \nabla p = f \text{ in } Q = \Omega \times (t_A, t_E)$$
$$\operatorname{div} v = 0 \text{ in } Q$$
+ AB ($v(x,0) = v_0(x), \forall x \in \Omega$) + RB (analog zu N-St.Gl.)

2. stationär (d.h. $\partial v / \partial t = 0$):

$$-\frac{1}{Re}\Delta v + \nabla p = f \text{ in } \Omega$$
$$\operatorname{div} v = 0 \text{ in } \Omega$$
+ RB z.B. Haftbedingung (homog. Dirichlet)
$v = 0$ auf $\Gamma_D = \Gamma := \partial\Omega$

$\Downarrow$

Schwache Formulierung (= gemischte Variationsform.)

Ges. $v \in \mathbb{V} := (\overset{\circ}{H}{}^1(\Omega))^d$ und $p \in \mathbb{P} := \{q \in L_2(\Omega) : \int_\Omega q \cdot 1 \, dx = 0\}$:
$$a(v, w) + b(w, p) = \langle F, w \rangle \quad \forall w \in \mathbb{V}$$
$$b(v, q) \qquad\qquad = 0 \qquad\qquad \forall q \in \mathbb{P}$$

mit $a(v,w) := \frac{1}{Re}\int_\Omega \nabla^T v \cdot \nabla w \, dx =: a_D(v,w)$,
$b(w,p) := -\int_\Omega \operatorname{div} w \cdot p \, dx$,
$\langle F, w \rangle := \int_\Omega f^T w \, dx$

Resultate: $\exists!$ (Brezzi-Theorie)