Dimensionsanalyse und Ähnlichkeitstheorie:

Seien ℓ^*, t^*, v^* und p^* (Konstante) Referenzgrößen für die Länge, die Zeit, die Geschwindigkeit und den Druck. Wir führen nun die neuen (dimensionslosen) Variablen

(33) $$X_i = \frac{x_i}{\ell^*}, \quad T = \frac{t}{t^*}, \quad V_i = \frac{v_i}{v^*}, \quad P = \frac{p}{p^*}$$

ein. Durch diese Variablentransformation erhalten wir:

$\varrho\,\Big|$ a) $$\frac{\partial v_i}{\partial t} - \nu \Delta v_i + \sum_{j=1}^{d} v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x_i} = f_i, \quad \nu = \frac{\mu}{\varrho}$$

$\frac{\ell^*}{\varrho (v^*)^2}\,\Big|$ $$\varrho \frac{v^*}{t^*}\frac{\partial V_i}{\partial T} - \mu \frac{v^*}{(\ell^*)^2}\Delta_X V_i + \frac{\varrho (v^*)^2}{\ell^*}\sum_{j=1}^{d} V_j \frac{\partial V_i}{\partial X_j} + \frac{p^*}{\ell^*}\frac{\partial P}{\partial X_i} = \varrho f_i$$

$$\underbrace{\frac{\ell^*}{v^* t^*}}_{=1} \frac{\partial V_i}{\partial T} - \underbrace{\frac{\mu}{\varrho}\frac{1}{\ell^* v^*}}_{=1/Re} \Delta V_i + \underbrace{1}_{} \sum_{j=1}^{d} V_j \frac{\partial V_i}{\partial X_j} + \underbrace{\frac{p^*}{\varrho (v^*)^2}}_{=1}\frac{\partial P}{\partial X_i} = \underbrace{\frac{\ell^*}{(v^*)^2} f_i}_{= F_i}$$

mit $t^* = \frac{\ell^*}{v^*}$ [s] $\qquad$ mit $p^* = \varrho (v^*)^2$

(34) $$\boxed{\frac{\partial V}{\partial T} - \frac{1}{Re}\Delta V_i + \sum_{j=1}^{d} V_j \frac{\partial V_i}{\partial X_j} + \frac{\partial P}{\partial X_i} = F_i}$$

mit $t^* = \frac{\ell^*}{v^*}$, $p^* = \varrho (v^*)^2$, $F_i = \frac{\ell^*}{(v^*)^2} f_i$ und der dimensionslosen **Reynolds-Zahl** (Osborne Reynolds, 1842-1912)

(35) $$Re = \frac{\varrho}{\mu}\ell^* v^* = \frac{\ell^* v^*}{\nu}$$

b) $$0 = \operatorname{div} v = \sum_{j=1}^{d} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = \frac{v^*}{\ell^*}\sum_{j=1}^{d}\frac{\partial V_j}{\partial X_j}, \text{ d.h. } \operatorname{div}_X V = 0$$

(36) $$\boxed{\operatorname{div} V = 0}$$

Für **Re << 1** ist Strömung dominant viskos (zäh),
für **Re >> 1** ist Strömung dominant konvektiv.